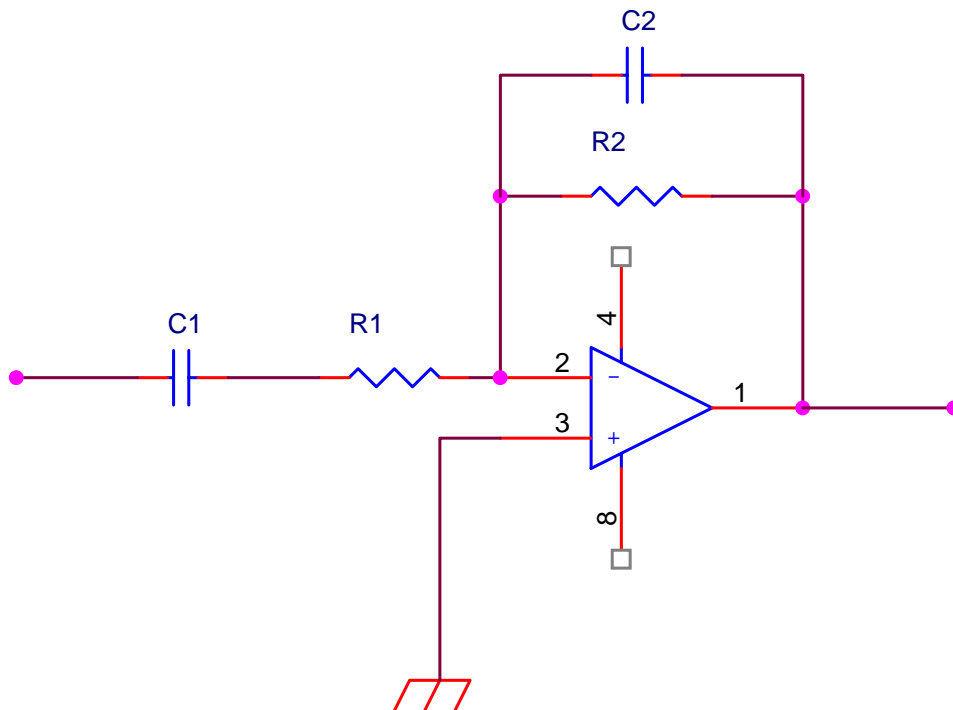
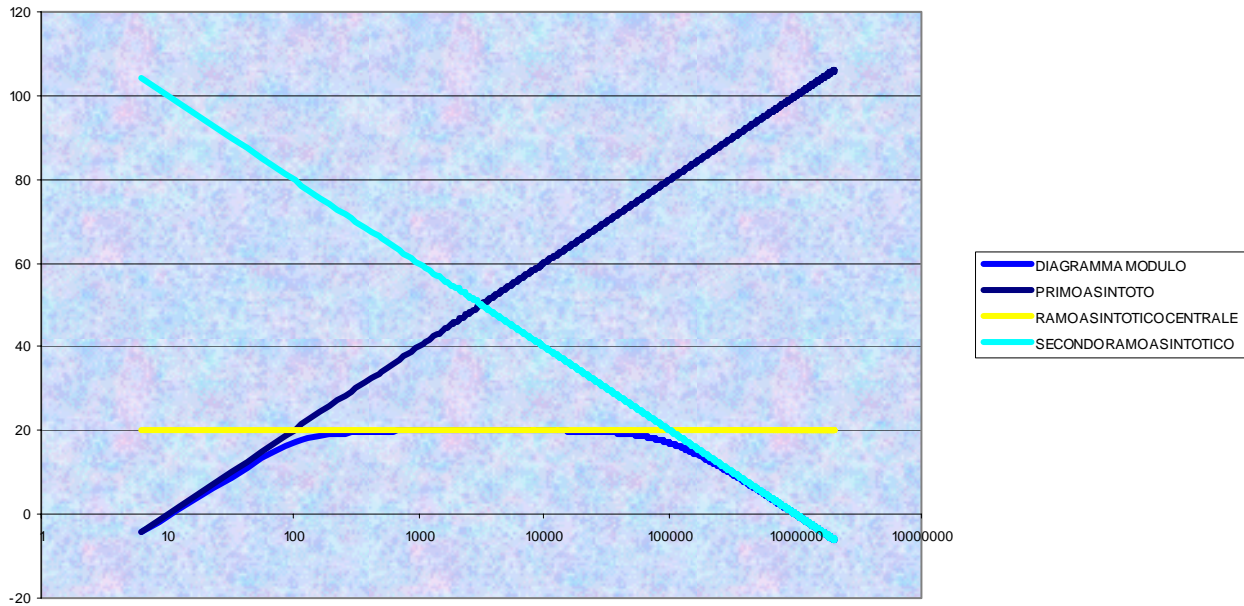


## Amplificatore passabanda invertente

Un amplificatore passabanda ha un'organizzazione circuitale di principio schematizzata nella figura seguente.



Il circuito è una sorta di fusione di un circuito derivatore ed un circuito integratore. In effetti la risposta in frequenza del amplificatore passabanda, rappresentata nella figura seguente. Il [documento allegato](http://www.antoniosantoro.com/AMPPBINV.htm) <http://www.antoniosantoro.com/AMPPBINV.htm> mostra i dettagli della risposta in frequenza del dispositivo. Potete scaricare il [foglio excel](http://www.antoniosantoro.com/AMPPBINV.xls) <http://www.antoniosantoro.com/AMPPBINV.xls> per provare a sperimentare diversi valori dei dispositivi.



è la fusione della prima parte del diagramma della risposta di un derivatore reale e della seconda parte della risposta di un integratore reale. Abbiamo una frequenza di taglio inferiore data dalla formula

$$f_{ii} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

e una frequenza di taglio superiore data dalla formula

$$f_{is} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

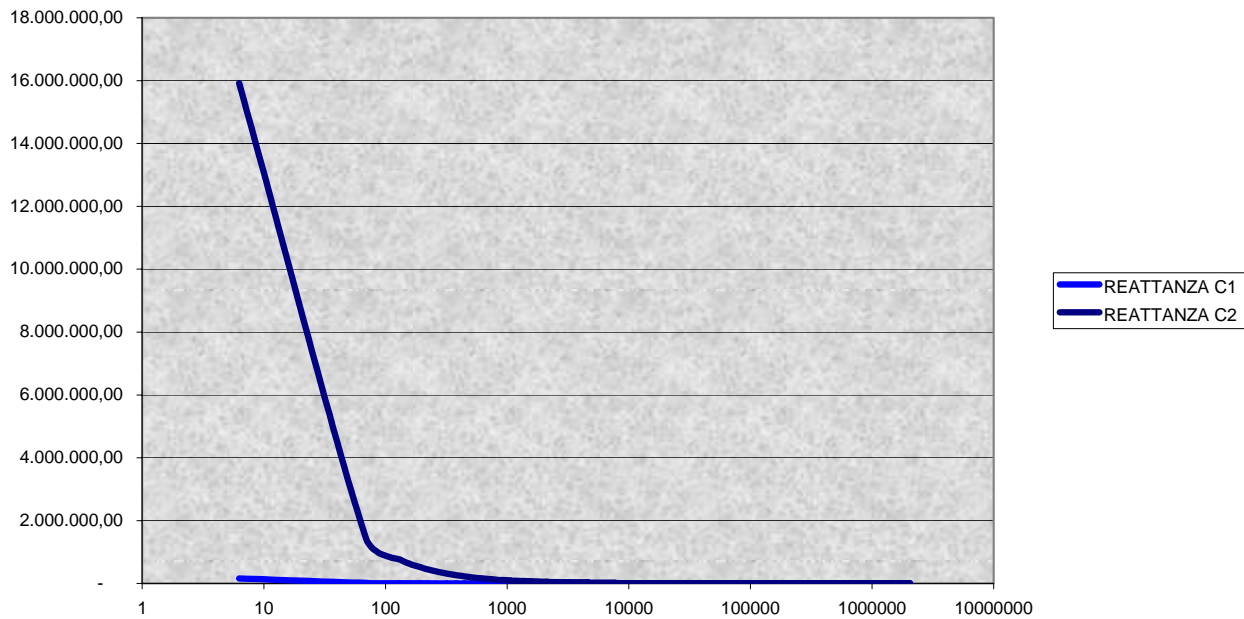
Per dimostrare il comportamento di questo dispositivo adottiamo dapprima un metodo intuitivo. Dobbiamo dire anzitutto che i due condensatori devono avere valori diversi, con  $C_1$  molto più grande di  $C_2$ . Ricordando che la reattanza capacitiva dipende dall'inverso della capacità

$$|X_C| = \frac{1}{\omega C}$$

possiamo notare che, in corrispondenza della stessa frequenza, i due condensatori hanno un comportamento molto diverso. IL [documento allegato](#)

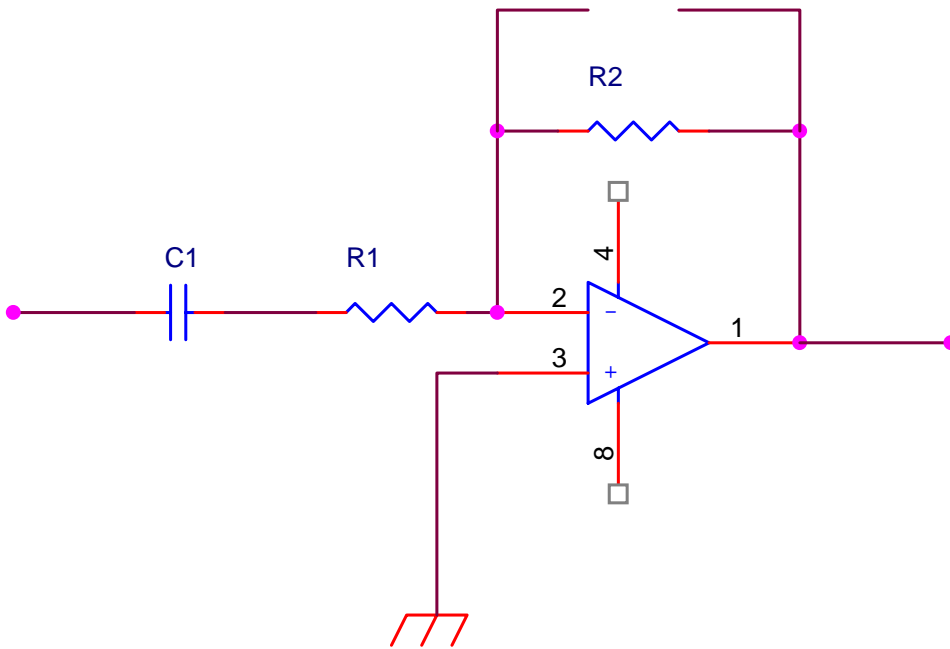
<http://www.antoniosantoro.com/reattanzacondensatori.htm> mostra come a basse frequenze, i due condensatori offrono entrambi reattanze molto elevate tanto da poter essere considerati entrambi circuiti aperti. A frequenze più alte il condensatore  $C_2$  offre una reattanza molto elevata tanto da poter essere considerato un circuito aperto, mentre il condensatore  $C_1$  offre una reattanza molto più bassa per cui può essere considerato un cortocircuito. A frequenze molto più alte i condensatori sono entrambi cortocircuiti. Nel [nostro esempio](#)

<http://www.antoniosantoro.com/reattanzacondensatori.htm>  $C_1$  è pari ad 1 microfarad mentre  $C_2$  è pari a 10 nanofarad, cioè ha una capacità cento volte più piccola. Alla frequenza di 0,1 Hz la reattanza di  $C_1$  è pari a circa 1,6 megaohm mentre la reattanza di  $C_2$  è pari a 160 megaohm. A circa 70 Hz il condensatore  $C_1$  offre una reattanza di circa 2 kilohm mentre  $C_2$  offre una reattanza di 200 Kilohm. A circa 500 Hz il primo condensatore offre una reattanza di soli 500 ohm mentre il secondo condensatore offre ancora una reattanza di 50 kilohm. A 27 Khz le reattanze sono rispettivamente di 5 ohm e 500 ohm.



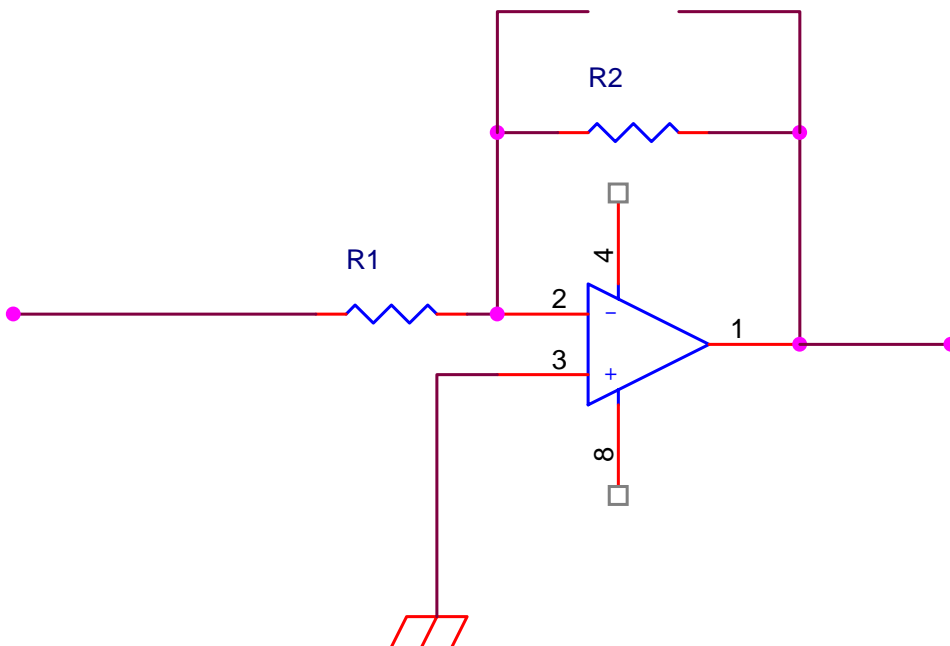
Usando il [foglio excel](http://www.antoniosantoro.com/reattanzacondensatori.xls) <http://www.antoniosantoro.com/reattanzacondensatori.xls> potete divertirvi a sperimentare valori diversi di capacità.

Tutto questo ci consente di dire che a frequenze molto basse, il condensatore  $C_1$  blocca il segnale impedendogli di “attraversare” il circuito ed abbiamo un’attenuazione. Al crescere della frequenza la reattanza del condensatore  $C_1$  scende mentre la reattanza del secondo condensatore è ancora tanto elevata da poter essere considerato un circuito aperto, per cui il nostro amplificatore si può schematizzare nel modo seguente



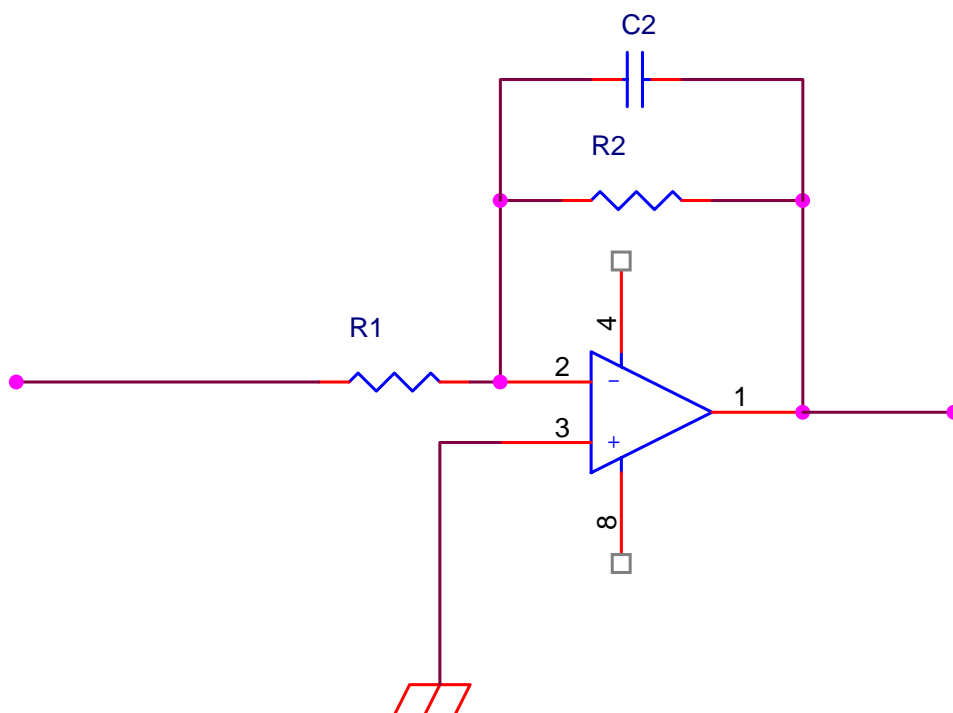
ma questo non è altro che un derivatore ideale, da cui il comportamento mostrato alla prima parte del diagramma.

All'aumentare della frequenza il condensatore  $C_1$  è ormai un cortocircuito mentre il condensatore  $C_2$  è ancora un circuito aperto



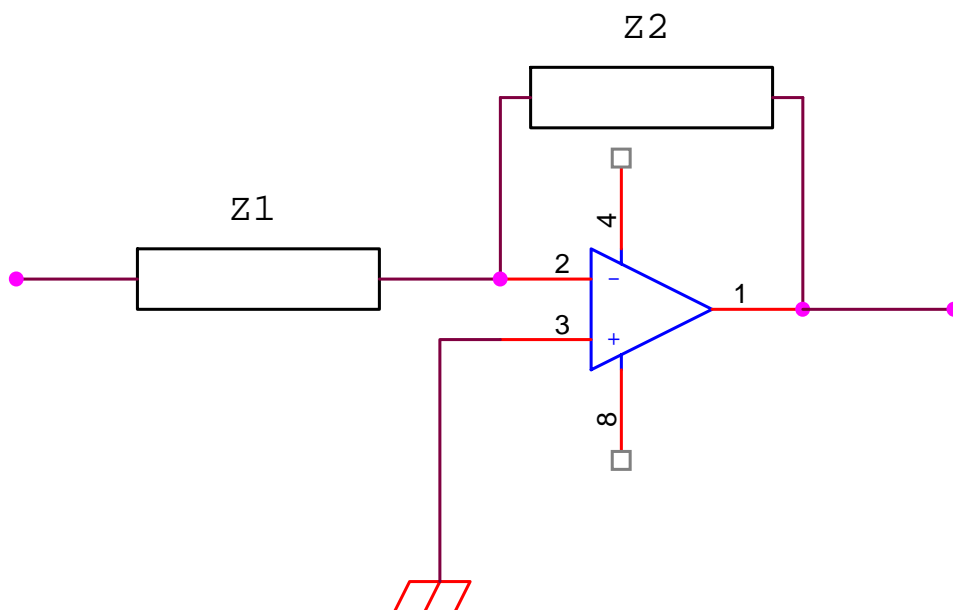
a queste frequenze il dispositivo è diventato un semplice amplificatore in configurazione invertente, con un'amplificazione pari al rapporto fra  $R_2$  ed  $R_1$  (tratto costante del diagramma della risposta).

Al crescere della frequenza il condensatore  $C_2$  non può essere considerato ancora un circuito aperto



siamo di fronte ad un integratore reale (ultimo tratto del diagramma).

Passiamo ora ad un approccio analitico



Il parallelo fra  $C_2$  ed  $R_2$  costituisce l'impedenza  $Z_2$  la cui espressione è

$$\bar{Z}_2 = \frac{R_2 * \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}$$

mentre la serie fra  $R_1$  e  $C_1$  è pari a

$$\bar{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$$

La risposta complessiva del sistema è data da

$$G(j\omega) = \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1} = \frac{R_2 * \frac{1}{j\omega C_2}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{\frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_1 C_1} = \frac{j\omega C_1 R_2}{(1 + j\omega R_2 C_2)(1 + j\omega R_1 C_1)}$$

Se consideriamo il modulo della risposta abbiamo

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{j\omega C_1 R_2}{(1 + j\omega R_2 C_2)(1 + j\omega R_1 C_1)} \right| = \frac{\omega C_1 R_2}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C_2)^2} \sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \quad 1$$

Il diagramma di tale risposta è ricavato nel [documento allegato http://www.antoniosantoro.com/AMPPBINV.htm](http://www.antoniosantoro.com/AMPPBINV.htm) . Possiamo tracciare un diagramma asintotico:

infatti per  $\omega \rightarrow 0$  si ha che  $1 \gg (\omega R_2 C_2)^2$  e  $1 \gg (\omega R_1 C_1)^2$  per cui  $|G(j\omega)| \approx \omega C_1 R_2$  e quindi, nel suo tratto iniziale, il diagramma della risposta armonica coincide con quello del derivatore ideale. A frequenze intermedie  $1 \gg (\omega R_2 C_2)^2$  ma si ha già  $1 \ll (\omega R_1 C_1)^2$  per cui

$$|G(j\omega)| \approx \frac{\omega C_1 R_2}{\sqrt{(\omega R_1 C_1)^2}} = \frac{\omega C_1 R_2}{\omega R_1 C_1} = \frac{R_2}{R_1} \text{ e abbiamo l'asintoto orizzontale. In particolare, per } \omega = \frac{1}{R_1 C_1}$$

$$\text{si ha } |G(j\omega)| = \frac{\frac{1}{R_1 C_1} C_1 R_2}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} R_1 C_1\right)^2}} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{2}} = 0.707 \frac{R_2}{R_1} = 70\% G_{\max}$$

Per cui è dimostrato che esso costituisce la pulsazione di taglio inferiore. A frequenze elevate si ha

$$1 \ll (\omega R_2 C_2)^2 \text{ per cui } |G(j\omega)| = \frac{\omega C_1 R_2}{\omega R_2 C_2 \omega R_1 C_1} = \frac{1}{\omega C_2 R_1} \text{ e si ha il secondo diagramma asintotico.}$$

$$\text{Per } \omega = \frac{1}{R_2 C_2} \text{ si ha}$$

<sup>1</sup> Ricordiamo che il modulo del numero complesso  $a+jb$  è pari a  $\sqrt{a^2 + b^2}$  e che il modulo del rapporto di due numeri complessi è pari al rapporto dei moduli mentre il modulo del prodotto di due numeri complessi è pari al prodotto dei moduli.

$$|G(j\omega)| = \frac{\frac{1}{R_2 C_2} C_1 R_2}{\sqrt{1 + \left( \frac{1}{R_2 C_2} R_2 C_2 \right)^2} \frac{1}{R_2 C_2} R_1 C_1} = \frac{\frac{1}{C_2} C_1}{\sqrt{1+1} \frac{1}{R_2 C_2} R_1 C_1} = \frac{\frac{1}{C_2} C_1 \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{R_2}{R_1 \sqrt{2}}$$

per cui è dimostrato che quello è il valore della frequenza di taglio superiore.