

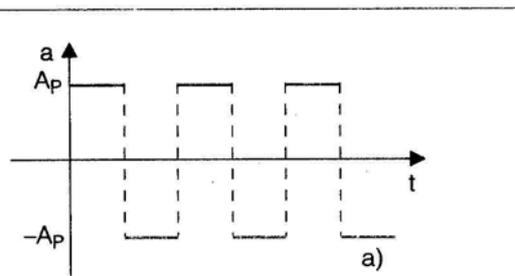
## Il teorema di Fourier

Nell'analisi dei circuiti basati su operazionali che andremo a studiare, vedremo che cercheremo di ricavare la loro *risposta in frequenza*. In particolare cercheremo di individuare, dato un ingresso sinusoidale del tipo

$$S(t) = \text{sen}(\omega t + \alpha)$$

quale sarà la forma del segnale sull'uscita del circuito. La natura sinusoidale del segnale garantisce che possiamo usare, nel nostro studio, tutti gli strumenti del metodo simbolico applicati nello studio delle reti interessate da tensioni e correnti sinusoidali isofrequenziali.

Naturalmente si prospetta immediatamente l'essenziale obiezione che, in elettronica, i segnali sinusoidali sono soltanto una minima parte dei segnali di interesse. A cosa serve, allora, la risposta in frequenza, nello studio della risposta di un amplificatore ad un segnale d'ingresso, costituito, ad esempio, da un'onda quadra?



Viene in soccorso il teorema di Fourier, secondo il quale un segnale periodico qualsiasi può essere considerato come la somma d'infinito sinusoidi con caratteristiche diverse. Matematicamente si ha una relazione del tipo

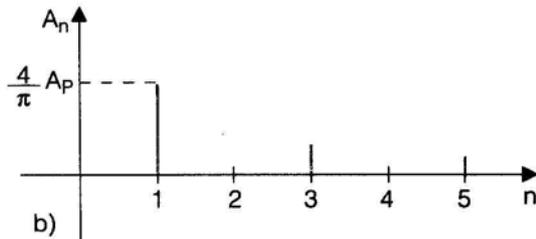
$$S(t) = A_0 + A_1 \text{sen}(\omega t + \varphi_1) + A_2 \text{sen}(2\omega t + \varphi_2) + A_3 \text{sen}(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

Il termine  $A_0$  (detto anche componente continua) è un termine costante che rappresenta il valor medio del segnale. Se il segnale stesso ha valor medio nullo, come nell'esempio dell'onda quadra di figura, il termine costante  $A_0$  non è presente. Si ha poi una sinusoide a frequenza pari a quella del segnale complessivo che viene detta armonica fondamentale. Tutte le altre sinusoidi o armoniche hanno una frequenza multipla di quella fondamentale. La loro ampiezza decresce con l'aumentare della frequenza. Per l'onda quadra di figura, ad esempio, l'ampiezza delle armoniche è pari a

$$A_n = 0 \text{ se } n \text{ è pari}$$

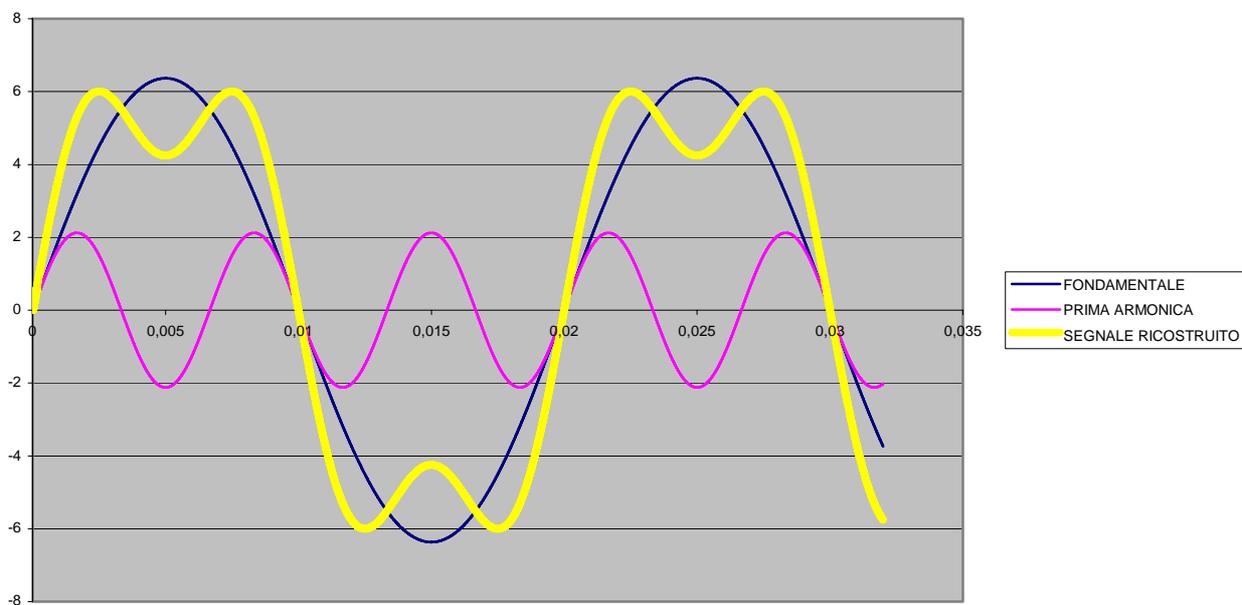
$$A_n = \frac{4 * A_p}{n * \pi} \text{ se } n \text{ è dispari}$$

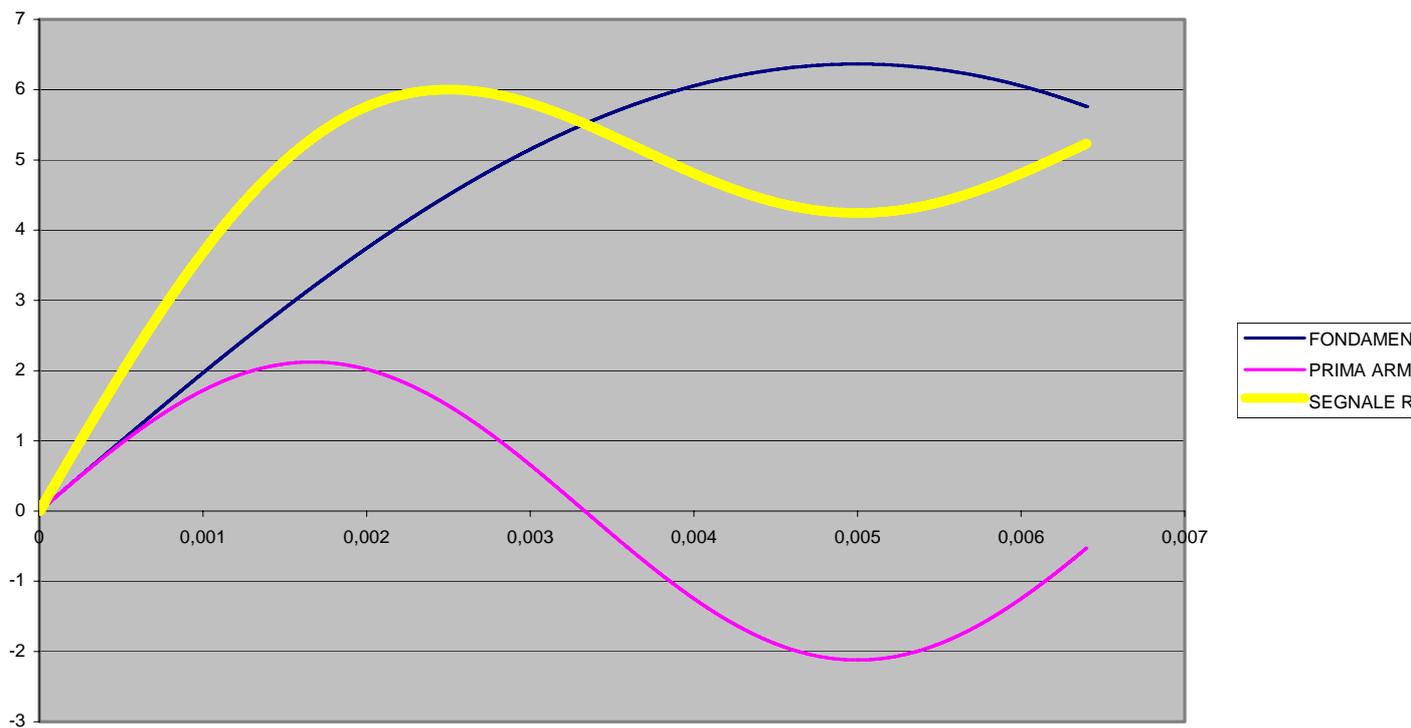
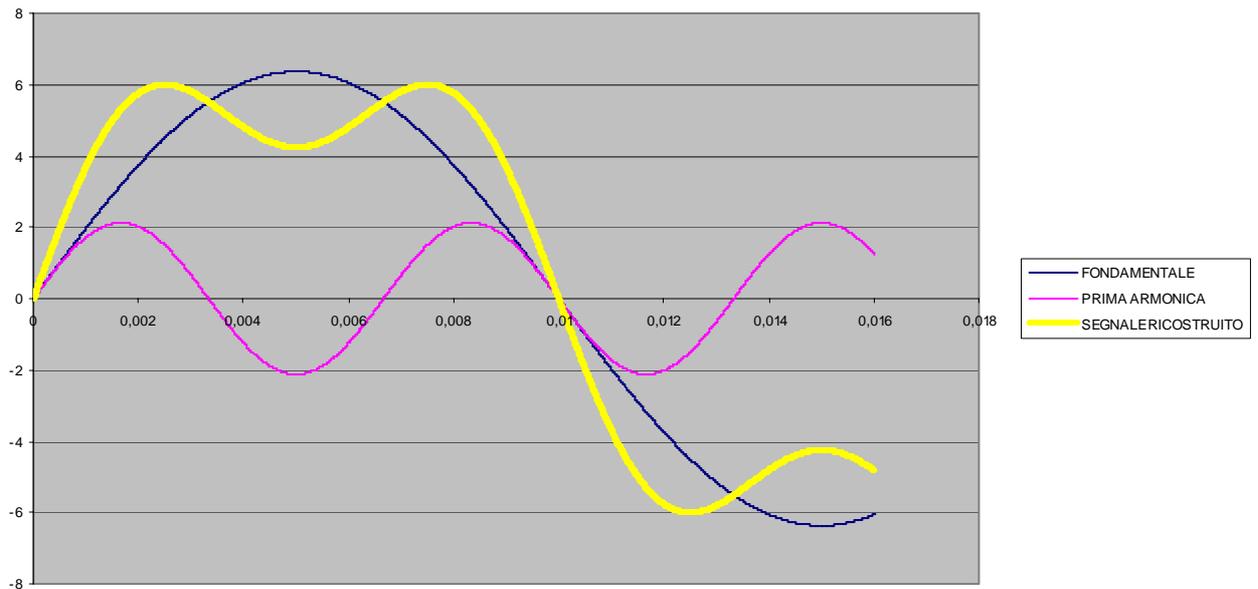
Il contenuto armonico di un segnale si può rappresentare graficamente attraverso un diagramma come il seguente



in cui si posiziona una riga in corrispondenza della frequenza di ogni armonica. L'ampiezza della riga rappresenta l'ampiezza dell'armonica. Si noti come nel caso dell'onda quadra esistono soltanto le armoniche di ordine dispari.

Nel seguente diagramma notiamo come viene ricostruita l'onda quadra se sommiamo soltanto le prime due armoniche



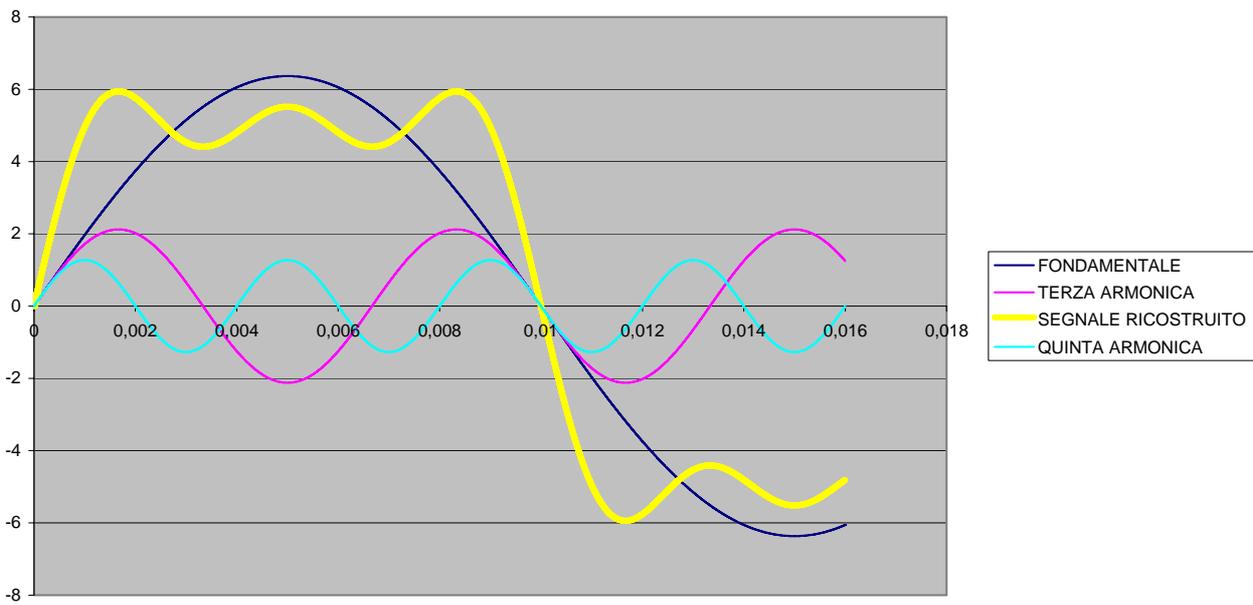
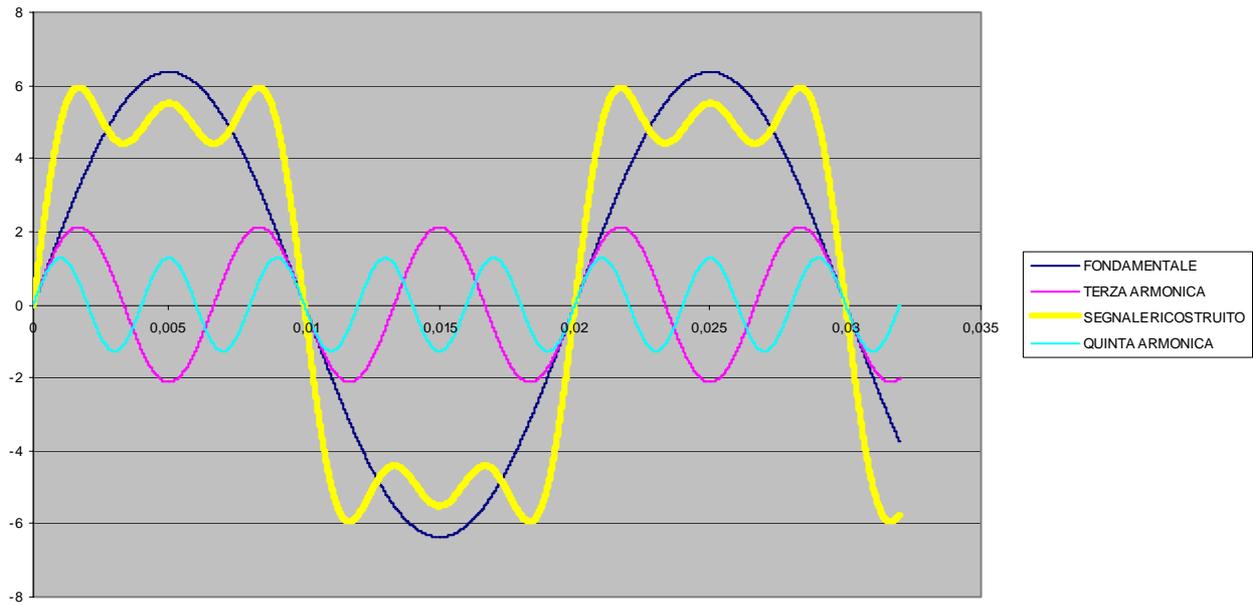


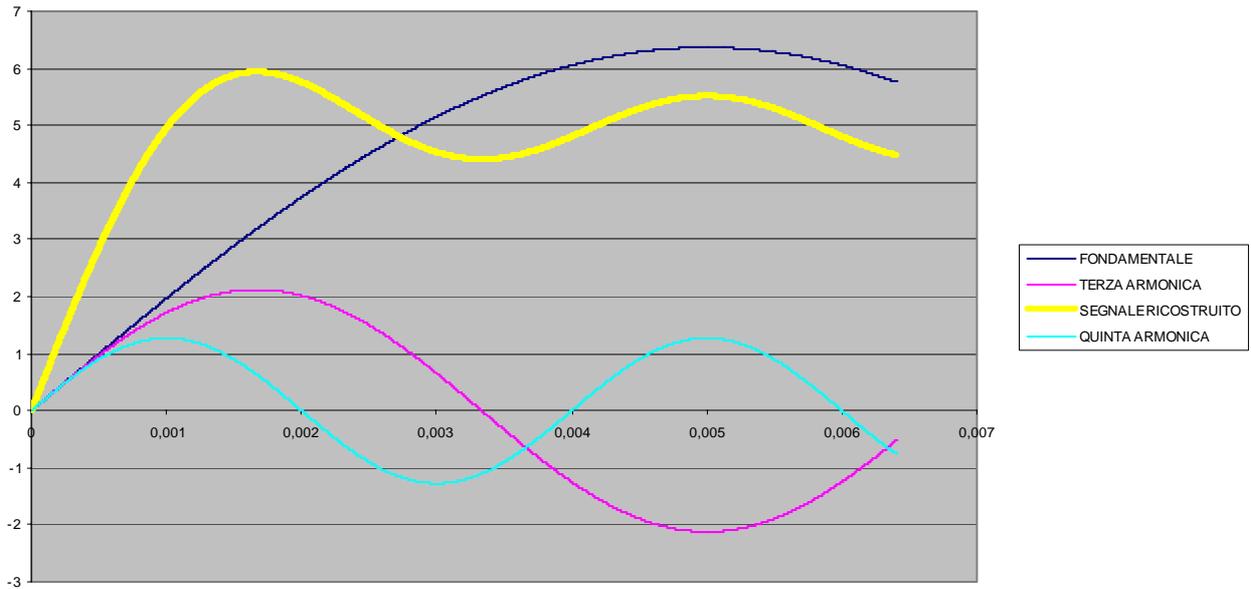
La ricostruzione del segnale è effettuata nei tre documenti allegati

- [Fourier 1](http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER1.htm) <http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER1.htm>
- [Fourier 2](http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER2.htm) <http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER2.htm>
- [Fourier 3](http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER3.htm) <http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER3.htm>

Potete usare il [foglio excel](http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER.xls) <http://www.antoniosantoro.com/web/FOURIER.xls> per sperimentare altri parametri del segnale.

Se usiamo invece le prime tre armoniche abbiamo



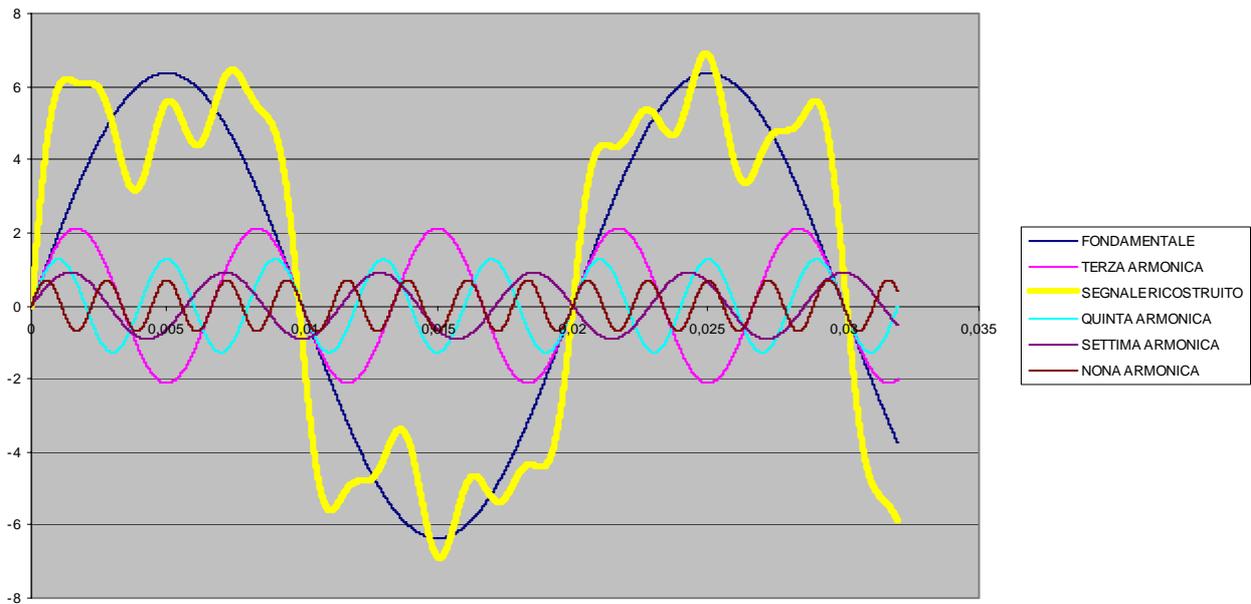


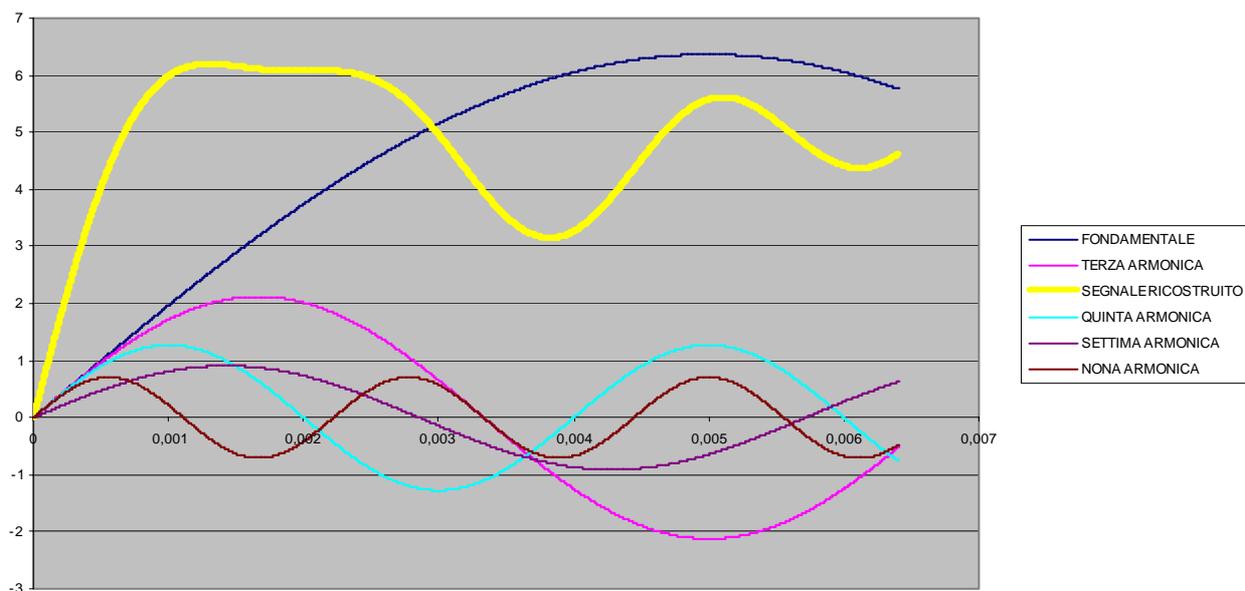
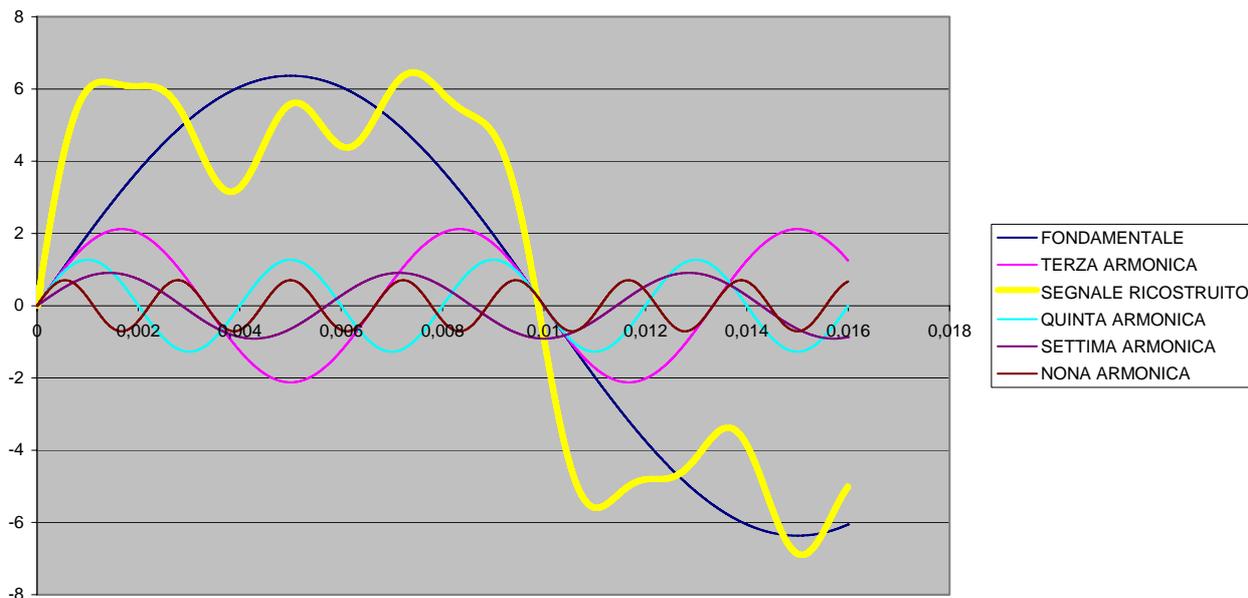
La ricostruzione del segnale è effettuata nei tre documenti ALLEGATI

- [Fourier 4](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER4.htm)
- [Fourier 5](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER5.htm)
- [Fourier 6](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER6.htm)

Potete usare il [foglio excel](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER2.xls) per sperimentare altri parametri del segnale.

Se usiamo le prime cinque armoniche





La ricostruzione del segnale è effettuata nei tre documenti allegati

- [Fourier 7](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER7.htm)
- [Fourier 8](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER8.htm)
- [Fourier 9](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER9.htm)

Potete usare il [foglio excel](http://www.antoniosantoro.com/FOURIER3.xls) per sperimentare altri parametri del segnale.

notiamo dunque come, mentre teoricamente dovremmo usare un numero infinito di armoniche per ricostruire il nostro segnale, nella pratica bastano le prime n armoniche per ottenere un risultato

---

soddisfacente. Il numero  $n$  dipende dal criterio che abbiamo stabilito per definire soddisfacente il risultato.