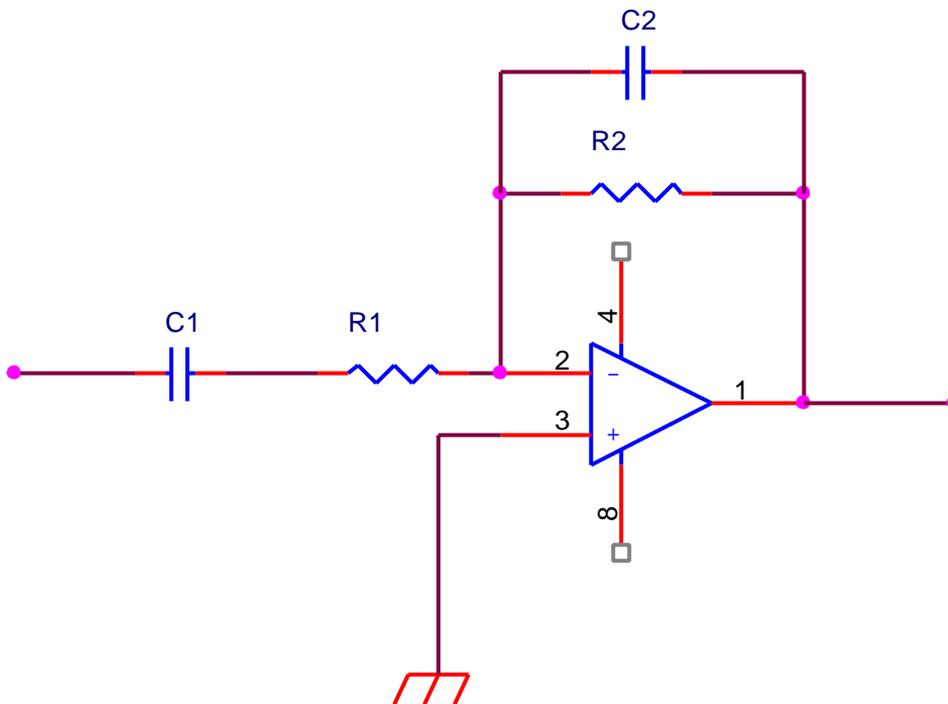
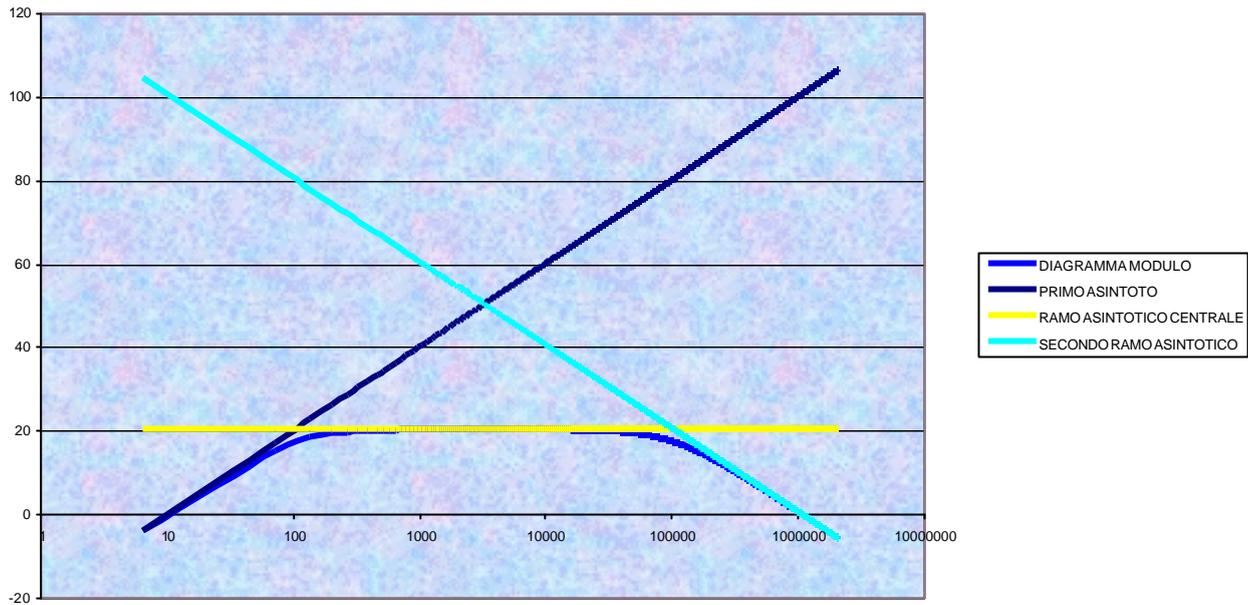


Amplificatore passabanda invertente

Un amplificatore passabanda ha un'organizzazione circuitale di principio schematizzata nella figura seguente.



Il circuito è una sorta di fusione di un circuito derivatore ed un circuito integratore. In effetti la risposta in frequenza del amplificatore passabanda, rappresentata nella figura seguente. Il [documento allegato](#) mostra i dettagli della risposta in frequenza del dispositivo. Potete scaricare il [foglio excel](#) per provare a sperimentare diversi valori dei dispositivi.



è la fusione della prima parte del diagramma della risposta di un derivatore reale e della seconda parte della risposta di un integratore reale. Abbiamo una frequenza di taglio inferiore data dalla formula

$$f_{ii} = \frac{1}{2pR_1C_1}$$

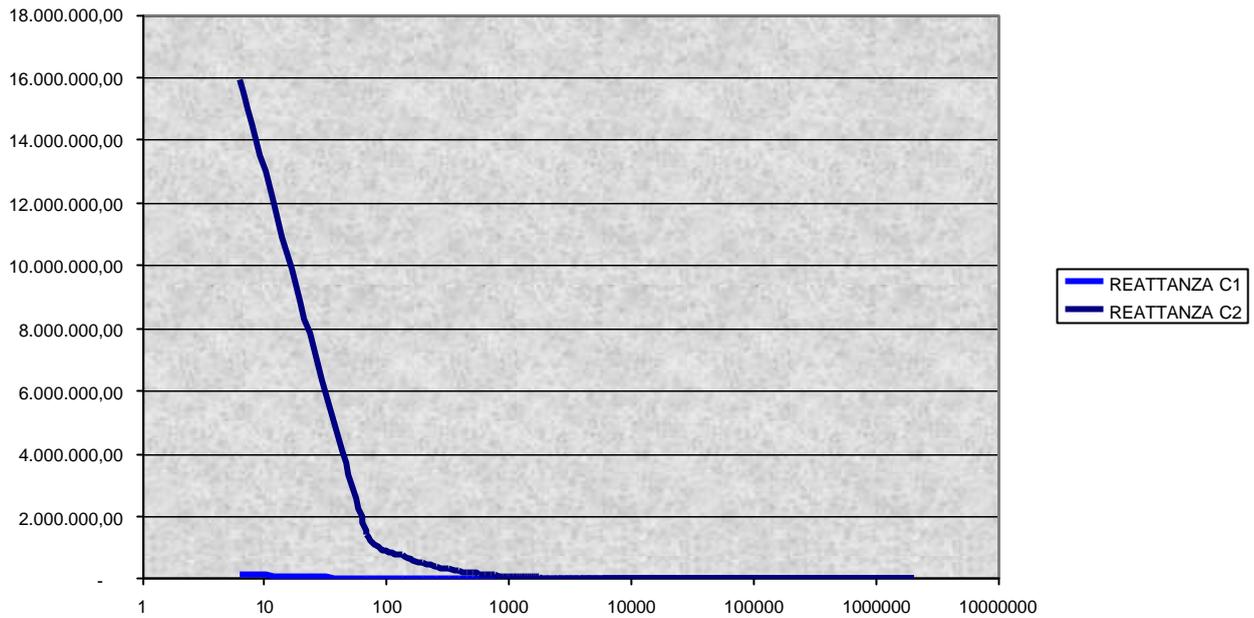
e una frequenza di taglio superiore data dalla formula

$$f_{is} = \frac{1}{2pR_2C_2}$$

Per dimostrare il comportamento di questo dispositivo adottiamo dapprima un metodo intuitivo. Dobbiamo dire anzitutto che i due condensatori devono avere valori diversi, con C_1 molto più grande di C_2 . Ricordando che la reattanza capacitiva dipende dall'inverso della capacità

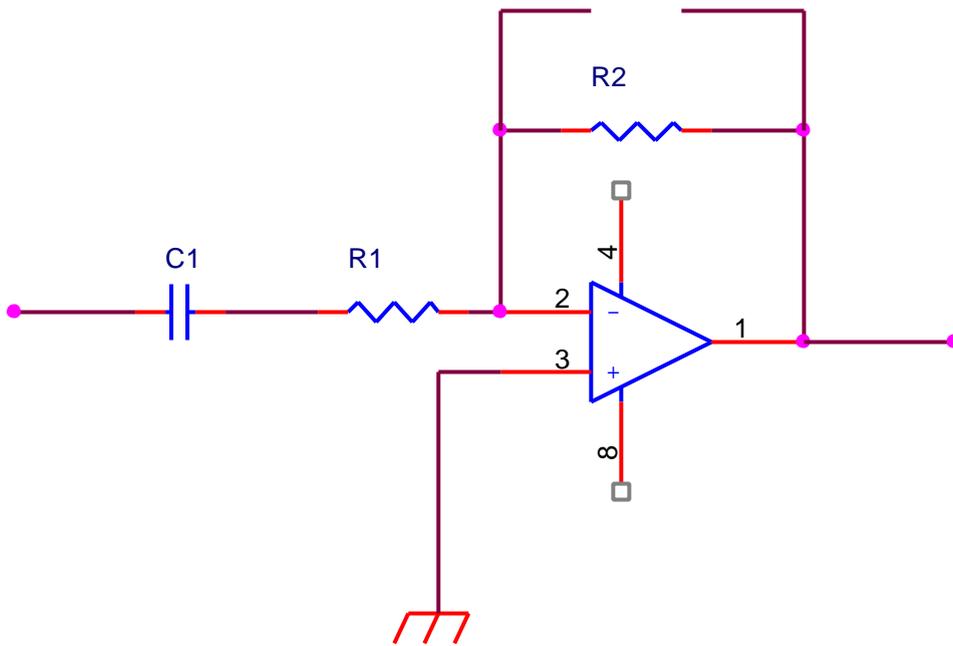
$$|X_c| = \frac{1}{\omega C}$$

possiamo notare che, in corrispondenza della stessa frequenza, i due condensatori hanno un comportamento molto diverso. IL [documento allegato](#) mostra come a basse frequenze, i due condensatori offrono entrambi reattanze molto elevate tanto da poter essere considerati entrambi circuiti aperti. A frequenze più alte il condensatore C_2 offre una reattanza molto elevata tanto da poter essere considerato un circuito aperto, mentre il condensatore C_1 offre una reattanza molto più bassa per cui può essere considerato un cortocircuito. A frequenze molto più alte i condensatori sono entrambi cortocircuiti. Nel [nostro esempio](#) C_1 è pari ad 1 microfarad mentre C_2 è pari a 10 nanofarad, cioè ha una capacità cento volte più piccola. Alla frequenza di 0,1 Hz la reattanza di C_1 è pari a circa 1,6 megaohm mentre la reattanza di C_2 è pari a 160 megaohm. A circa 70 Hz il condensatore C_1 offre una reattanza di circa 2 kilohm mentre C_2 offre una reattanza di 200 Kilohm. A circa 500 Hz il primo condensatore offre una reattanza di soli 500 ohm mentre il secondo condensatore offre ancora una reattanza di 50 kilohm. A 27 Khz le reattanze sono rispettivamente di 5 ohm e 500 ohm.



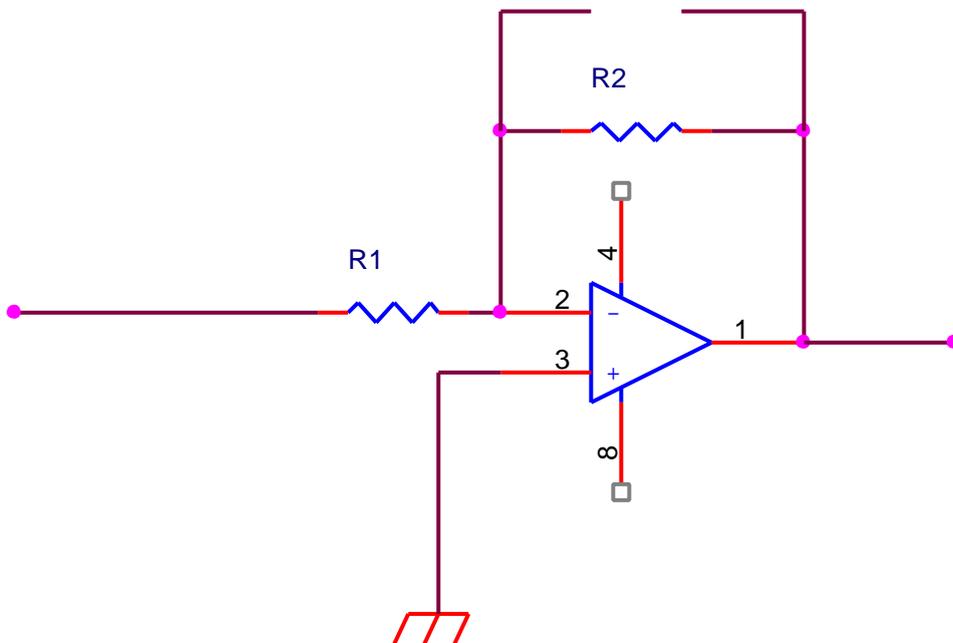
Usando il [foglio excel](#) potete divertirvi a sperimentare valori diversi di capacità.

Tutto questo ci consente di dire che a frequenze molto basse, il condensatore C_1 blocca il segnale impedendogli di “attraversare” il circuito ed abbiamo un’attenuazione. Al crescere della frequenza la reattanza del condensatore C_1 scende mentre la reattanza del secondo condensatore è ancora tanto elevata da poter essere considerato un circuito aperto, per cui il nostro amplificatore si può schematizzare nel modo seguente



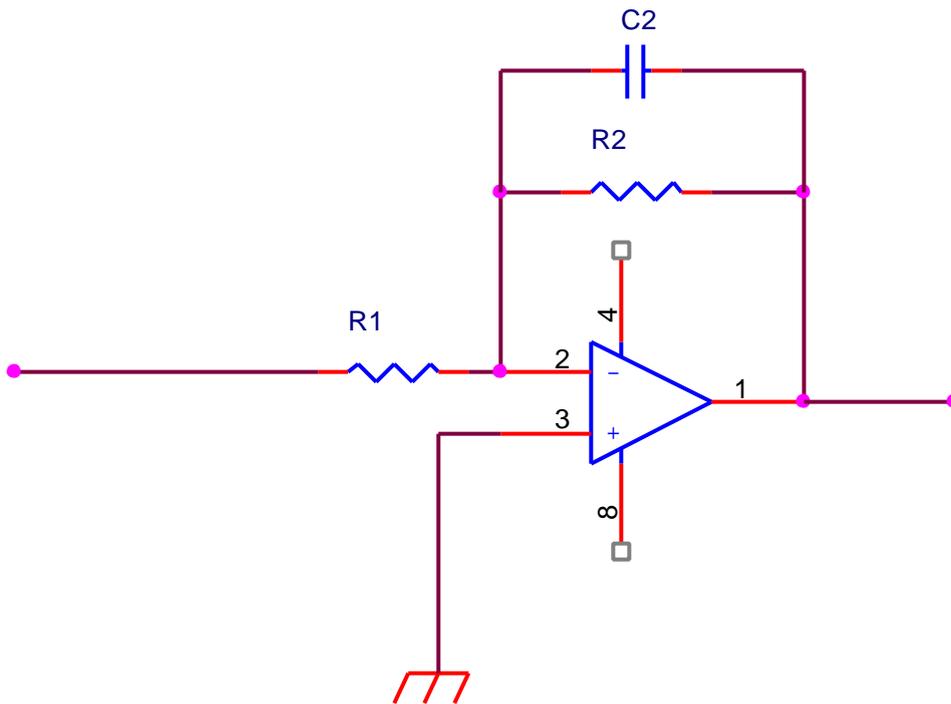
ma questo non è altro che un derivatore ideale, da cui il comportamento mostrato alla prima parte del diagramma.

All'aumentare della frequenza il condensatore C_1 è ormai un cortocircuito mentre il condensatore C_2 è ancora un circuito aperto



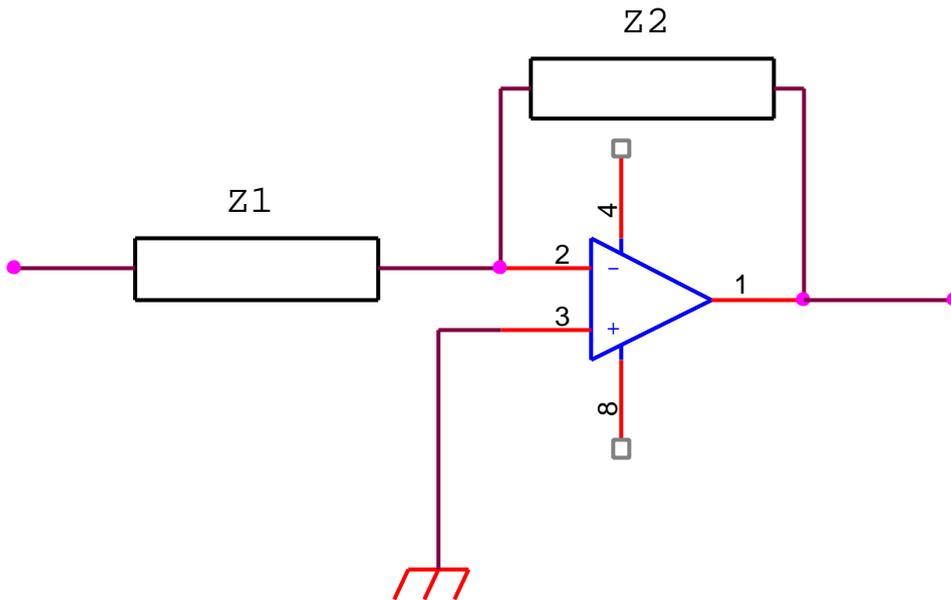
a queste frequenze il dispositivo è diventato un semplice amplificatore in configurazione invertente, con un'amplificazione pari al rapporto fra R_2 ed R_1 (tratto costante del diagramma della risposta).

Al crescere della frequenza il condensatore C_2 non può essere considerato ancora un circuito aperto



siamo di fronte ad un integratore reale (ultimo tratto del diagramma).

Passiamo ora ad un approccio analitico



Il parallelo fra C_2 ed R_2 costituisce l'impedenza Z_2 la cui espressione è

$$\bar{Z}_2 = \frac{R_2 * \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}$$

mentre la serie fra R_1 e C_1 è pari a

$$\bar{Z}_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$$

La risposta complessiva del sistema è data da

$$G(j\omega) = \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1} = \frac{\frac{R_2 * \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{j\omega C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1} = \frac{j\omega C_1 R_2}{(1 + j\omega R_2 C_2)(1 + j\omega R_1 C_1)}$$

Se consideriamo il modulo della risposta abbiamo

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{j\omega C_1 R_2}{(1 + j\omega R_2 C_2)(1 + j\omega R_1 C_1)} \right| = \frac{\omega C_1 R_2}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C_2)^2} \sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \quad 1$$

Il diagramma di tale risposta è ricavato nel [documento allegato](#). Possiamo tracciare un diagramma asintotico: infatti per $\omega \rightarrow 0$ si ha che $1 \gg (\omega R_2 C_2)^2$ e $1 \gg (\omega R_1 C_1)^2$ per cui $|G(j\omega)| \approx \omega C_1 R_2$ e quindi, nel suo tratto iniziale, il diagramma della risposta armonica coincide con quello del derivatore ideale. A frequenze intermedie

$$1 \gg (\omega R_2 C_2)^2 \text{ ma si ha già } 1 \ll (\omega R_1 C_1)^2 \text{ per cui } |G(j\omega)| \approx \frac{\omega C_1 R_2}{\sqrt{(\omega R_1 C_1)^2}} = \frac{\omega C_1 R_2}{\omega R_1 C_1} = \frac{R_2}{R_1} \text{ e}$$

abbiamo l'asintoto orizzontale. In particolare, per $\omega = \frac{1}{R_1 C_1}$ si ha

$$|G(j\omega)| = \frac{\frac{1}{R_1 C_1} C_1 R_2}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} R_1 C_1\right)^2}} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{2}} = 0.707 \frac{R_2}{R_1} = 70\% G_{\max}$$

Per cui è dimostrato che esso costituisce la pulsazione di taglio inferiore. A frequenze

$$\text{elevate si ha } 1 \ll (\omega R_2 C_2)^2 \text{ per cui } |G(j\omega)| = \frac{\omega C_1 R_2}{\omega R_2 C_2 \omega R_1 C_1} = \frac{1}{\omega C_2 R_1} \text{ e si ha il secondo}$$

diagramma asintotico. Per $\omega = \frac{1}{R_2 C_2}$ si ha

¹ Ricordiamo che il modulo del numero complesso $a+jb$ è pari a $\sqrt{a^2 + b^2}$ e che il modulo del rapporto di due numeri complessi è pari al rapporto dei moduli mentre il modulo del prodotto di due numeri complessi è pari al prodotto dei moduli.

$$|G(j\omega)| = \frac{\frac{1}{R_2 C_2} C_1 R_2}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R_2 C_2} R_2 C_2 \right)^2} \frac{1}{R_2 C_2} R_1 C_1} = \frac{\frac{1}{C_2} C_1}{\sqrt{1+1} \frac{1}{R_2 C_2} R_1 C_1} = \frac{\frac{1}{C_2} C_1 \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{R_2}{\sqrt{2}}$$

per cui è dimostrato che quello è il valore della frequenza di taglio superiore.