

**CORSI ABILITANTI SPECIALI**

**SICSI FISCIANO**

**ESAME DI FISICA MODERNA II**

**I SEMICONDUTTORI INTRINSECI E DROGATI**

**PROF. ANTONIO SANTORO**

<b>INTRODUZIONE</b>	<b>3</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>3</b>
<b>CONDUTTORI, SEMICONDUTTORI ED ISOLANTI</b>	<b>4</b>
I vari modelli dell'atomo	6
Livelli e bande di energia	16
<b>APPROFONDIMENTO 1: LA SPETTROSCOPIA E L'ATOMO DI BOHR</b>	<b>20</b>
<b>APPROFONDIMENTO 2 – EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER ED ORBITALI</b>	<b>27</b>
<b>I SEMICONDUTTORI</b>	<b>43</b>
Semiconduttori intrinseci	43
Le lacune	45
<b>Drogaggio dei semiconduttori</b>	<b>46</b>
Drogaggio di tipo n	46
Drogaggio di tipo p	47
Legge dell'azione di massa	48
<b>APPROFONDIMENTO 3: FENOMENI DI TRASPORTO NEI SEMICONDUTTORI</b>	<b>50</b>
Conduzione nei metalli	50
Massa efficace	51
Densità di carica in un semiconduttore	51
Conduttività nei semiconduttori	52
Concentrazione intrinseca	52
Ampiezza della banda di energie proibite	52
Effetto Hall	53
<b>Modulazione della conduttività</b>	<b>54</b>
Termistori	55
Fotoconduttori	55
Generazione e ricombinazione delle cariche	57
Corrente di diffusione	57
<b>PRODUZIONE DEI DISPOSITIVI A SEMICONDUTTORE</b>	<b>59</b>

<b>Produzione del silicio</b>	<b>59</b>
Purificazione chimica	59
Purificazione fisica	60
Formazione dei monocristalli	61
<b>Tecnologia della giunzione pn</b>	<b>64</b>
Diffusione	64
Formazione delle giunzioni per sovracompensazione	66
Diffusione in oro	67
Crescita epitassiale	67
Impiantazione ionica	69
<b>Tecnologia planare</b>	<b>71</b>
<b>UN'APPLICAZIONE - IL TRANSISTOR JFET</b>	<b>82</b>
<b>UN'APPLICAZIONE - IL TRANSISTOR MOSFET</b>	<b>92</b>
MOSFET enhancement mode	92
MOSFET depletion mode	97
<b>UN'APPLICAZIONE - L'ENERGIA FOTOVOLTAICA</b>	<b>99</b>
Introduzione	99
La radiazione solare	99
Le celle fotovoltaiche	100
I differenti tipi di celle	100
Principio di funzionamento	102
Conversione fotovoltaica	103
Come si costruiscono	103
METODI DI CREAZIONE DELLE CELLE FOTOVOLTAICHE	104
METODO CZOCHRALSKY	104
METODO EFG	104
METODO CASTING	104
<b>INDICE ANALITICO</b>	<b>107</b>

## **Introduzione**

La realizzazione di questa tesina mi ha portato al tentativo di realizzare un materiale didattico utilizzabile nelle scuole. Il target previsto è quello di una classe del quinto anno Liceo scientifico. Per ovviare a difficoltà determinate da possibili disomogeneità nelle competenze di base degli allievi, la trattazione è a due livelli, con un percorso principale in cui è privilegiato un approccio descrittivo (in cui è ridotto al minimo il ricorso a strumenti matematici e il richiamo ad altre conoscenze) e un percorso di approfondimenti interconnesso con il primo che contiene trattazioni che si possono saltare

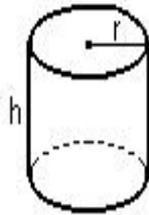
## **Bibliografia**

- materiale autoprodotta disponibile sul sito [www.antoniosantoro.com](http://www.antoniosantoro.com)
- Millmann, Halkias – Microelettronica – Boringhieri
- Kastler – Questa strana materia – Mondadori
- Ferri – Tecnologia elettronica - Hoepli
- Cuniberti, de Lucchi - TDP

## Conduttori, semiconduttori ed isolanti

Possiamo classificare i materiali presenti in natura in base alla conducibilità elettrica che mostrano e quindi all'ostacolo che offrono al passaggio della corrente. Sappiamo che gli isolanti non consentono il passaggio di correnti apprezzabili, i conduttori consentono il passaggio di corrente e i semiconduttori hanno caratteristiche intermedie fra le altre due categorie.

Per esser più precisi dobbiamo introdurre il concetto di resistività. Ricordiamo che un corpo (che supponiamo di forma geometrica regolare, ad esempio un cilindro)



offre una resistenza al passaggio di corrente elettrica che è data dalla seguente formula

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

dove S è la sezione del cilindro, l è la lunghezza e  $\rho$  è la resistività del materiale in questione. Per resistività si intende con esattezza la resistenza offerta al passaggio della corrente, misurata fra facce opposte di un cubo il cui volume sia proprio un centimetro cubo: l'unità di misura della resistività è  $\Omega\text{cm}$ . Nella seguente tabella riportiamo l'ordine di grandezza della resistività per isolanti, conduttori e semiconduttori.

	Resistività ( $\Omega\text{cm}$ )
Isolanti	$10^{10}-10^{23}$
Semiconduttori	$10^3-10^8$
Conduttori	$10^{-8}-10^{-4}$

Facciamo qualche esempio numerico: supponiamo di considerare un cilindro con  $l = 10 \text{ cm}$ ,  $S = 1 \text{ cm}^2$ .

Se esso è in polietilene (resistività compresa fra  $10^{15}$  e  $10^{18}$ ) la resistenza che offre è compresa fra

$$R_{\min} = 10^{15} \frac{10}{1} = 10^{16} = 10 \text{ milioni di miliardi di } \Omega$$

e

$$R_{\max} = 10^{18} \frac{10}{1} = 10^{19} = 10000 \text{ milioni di miliardi di } \Omega$$

Se il cilindro è in rame (resistività  $1,7 \cdot 10^{-6}$ ) la resistenza offerta è

$$R = 1,7 \cdot 10^{-6} \frac{10}{1} = 1,7 \cdot 10^{-5} = 17 \text{ milionesimi di ohm.}$$

Se il cilindro è di silicio (semiconduttore con resistività  $2,3 \cdot 10^5$ )

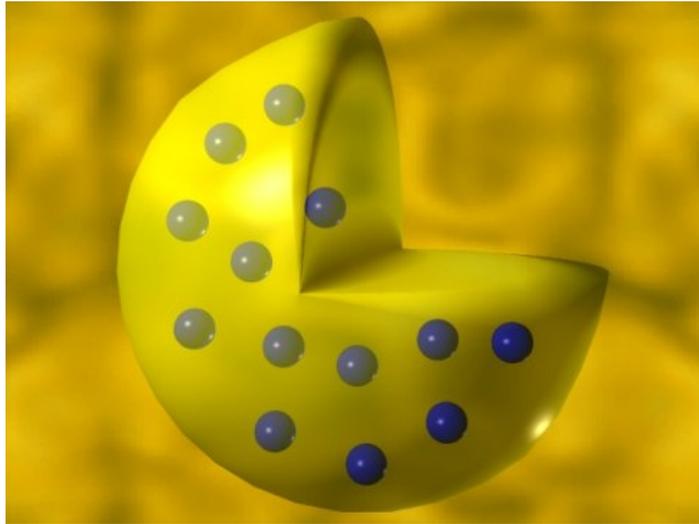
$$R = 2,3 \cdot 10^5 \frac{10}{1} = 2,3 \cdot 10^6 = 2,3 \text{ milioni di ohm}$$

**Tavola delle resistività di alcuni materiali**  
(calcolati a 20 °C)

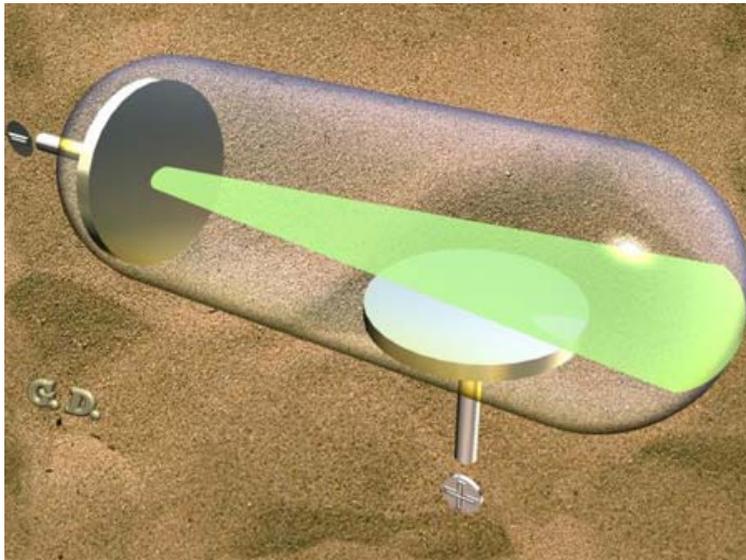
<b>Materiale</b>	<b>Resistività r (in <math>\Omega \times \text{mm}^2 / \text{m}</math>)</b>
Argento	0.016
rame	0.017
Oro	0.024
Alluminio	0.028
Tungsteno	0.055
Platino	0.10
Ferro	0.13
Acciaio	0.18
Piombo	0.22
Mercurio	0.94
Costantana (lega 80% Cu, 40% Ni)	0.49
Carbonio	35
Germanio	$60 \times 10^2$
Silicio	$2.3 \times 10^9$
Ambra	$5 \times 10^{20}$
Vetro	$10^{16} \div 10^{20}$
Mica	$10^{17} \div 10^{21}$
Zolfo	$10^{21}$
Legno secco	$10^{14} \div 10^{17}$

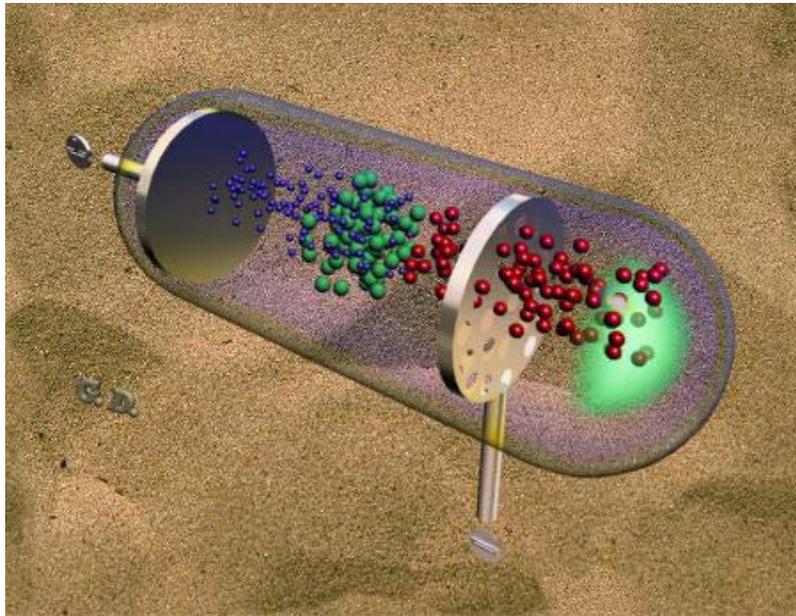
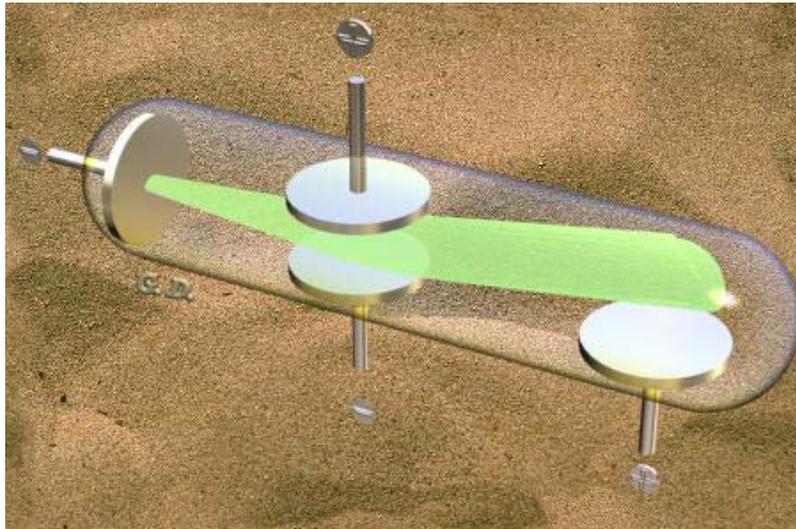
Per comprendere i motivi di tale differenziazione di comportamento occorre fare riferimento alla teoria atomica.

## *I vari modelli dell'atomo*

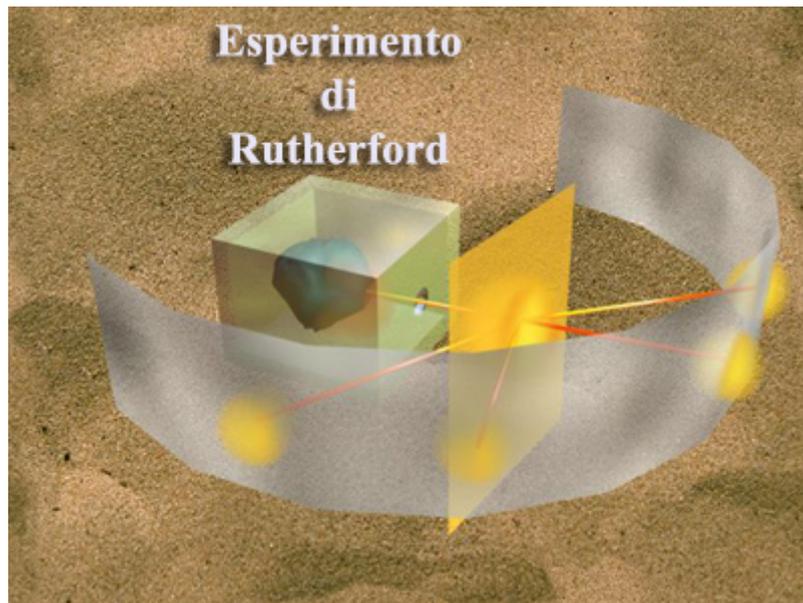


I modelli interpretativi dell'atomo hanno subito una notevole evoluzione nel corso del tempo. Il modello più semplice è quello rappresentato nella figura precedente (il modello atomico di Thomson). Thomson, con esperimenti in cui creava campi magnetici in un tubo a vuoto



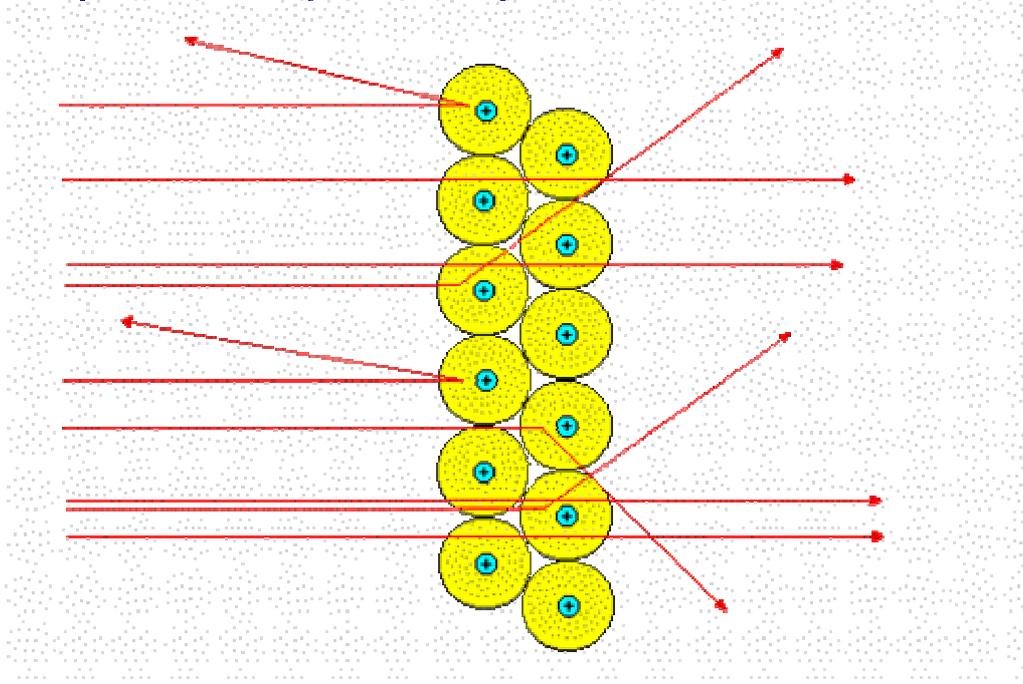


scoprì l'esistenza di particelle cariche negativamente (gli elettroni) e da cui desunse, data la neutralità complessiva dell'atomo, la presenza di cariche positive (i protoni) ma ritenne erroneamente che gli atomi erano costituiti da sfere piene (i nuclei) in cui erano incastonati gli elettroni .  
Questo modello non resse ai risultati sperimentali di Rutherford il quale bombardò con nuclei di elio una lamina di oro

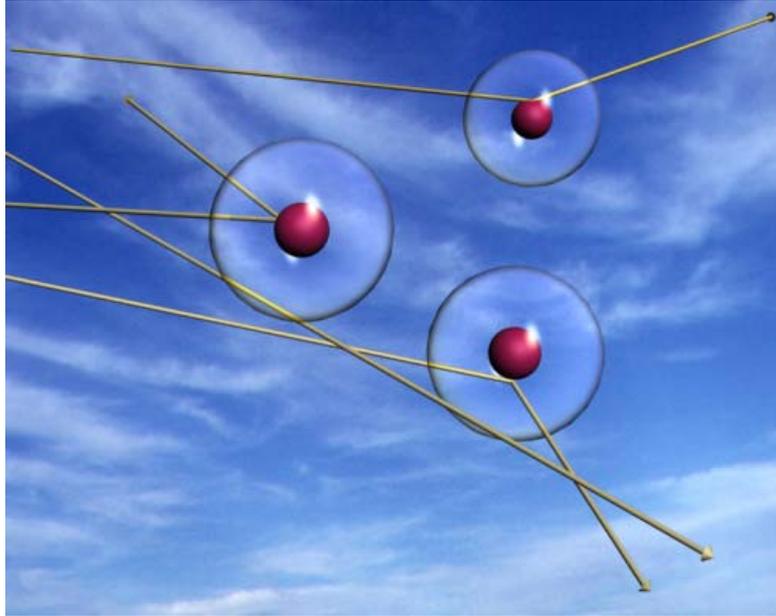


e pose rilevatori di particelle con diverse angolazioni rispetto alla lastra: se il modello atomico di Thomson fosse stato corretto ci si sarebbe aspettati che la totalità delle particelle di elio avrebbe dovuto rimbalzare all'indietro come palline di tennis scagliate contro un muro. Egli rilevò invece che solo una percentuale di tali particelle rimbalzava all'indietro mentre altre venivano deviate secondo vari angoli di inclinazione possibili

#### Comportamento delle particelle alfa quando attraversano la lamina metallica

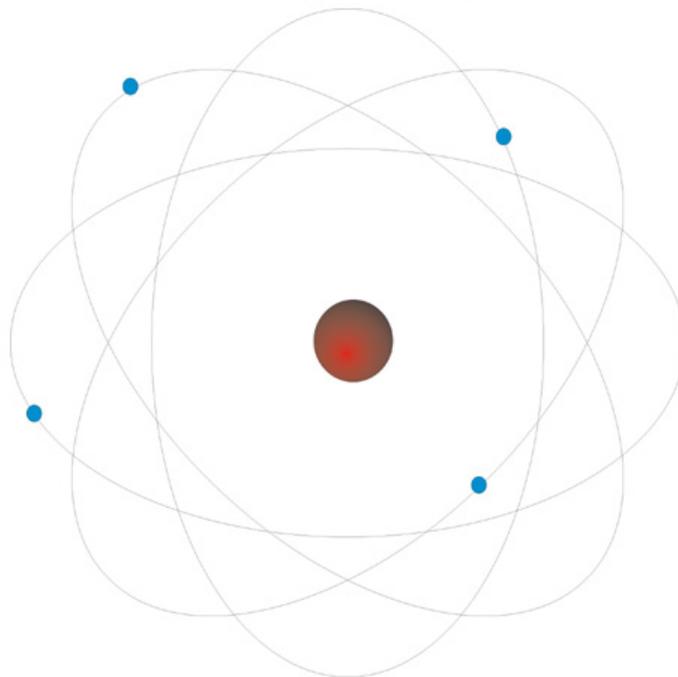


o addirittura attraversavano indisturbati la lamina.

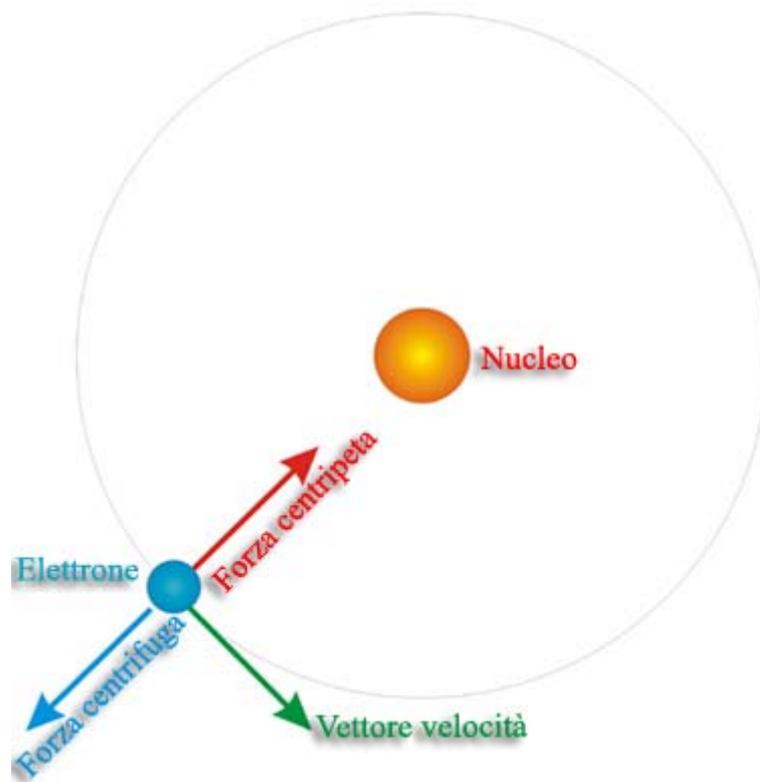


Questo portò ad introdurre un modello planetario dell'atomo, in cui si riconosceva, in armonia con i risultati di Rutherford, che l'atomo era costituito in gran parte da spazio vuoto, con la maggior parte della massa concentrata in un nucleo e gli elettroni che orbitavano intorno al nucleo come pianeti intorno al sole.

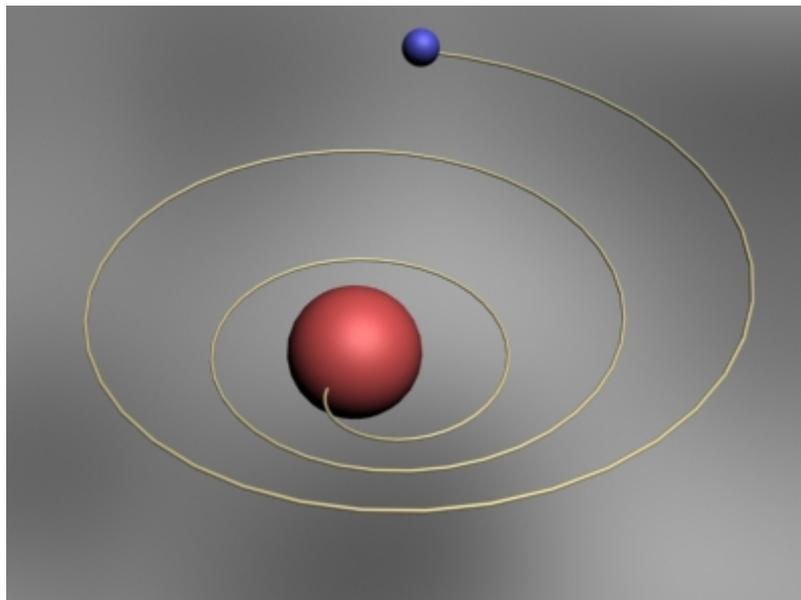
## ATOMO



Il legame fra elettroni e nuclei era determinato dall'equilibrio fra forze meccaniche agenti sull'elettrone

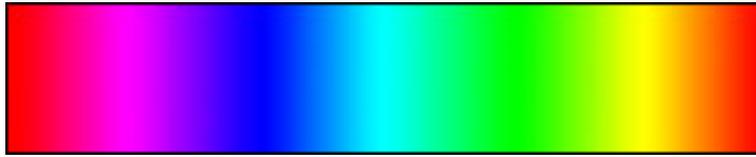


Secondo questa modellizzazione meccanica si riteneva che un elettrone potesse possedere un'energia che potesse variare con continuità, assumere cioè qualunque valore reale possibile. All'aumentare dell'energia posseduta l'elettrone percorreva orbite con raggio sempre più grande fino a potersi allontanare dall'atomo



Questo modello non era però in grado di spiegare i risultati che si ottenevano analizzando lo spettro di emissione degli atomi cioè le frequenze delle radiazioni emesse dagli atomi. In una radiazione la

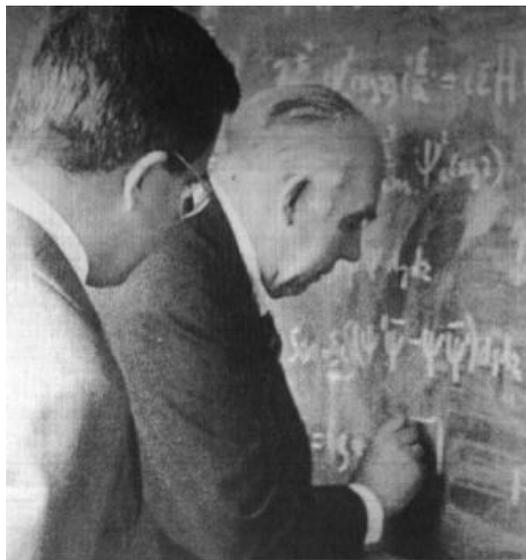
frequenza è legata all'energia posseduta dalla radiazione emessa. Se un elettrone poteva variare la propria energia di un valore qualunque poteva emettere dunque radiazioni a tutte le frequenze

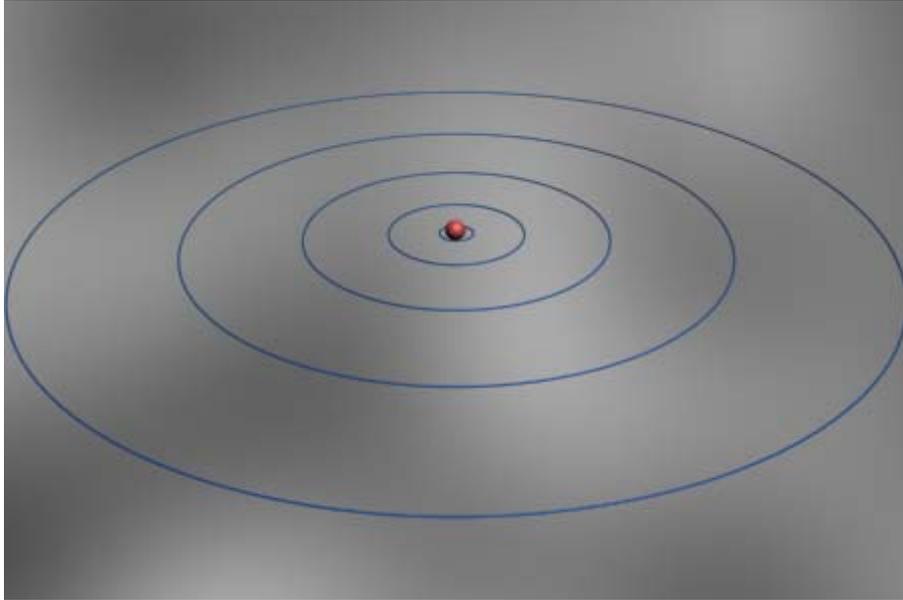


mentre si notava sperimentalmente che venivano emesse radiazioni soltanto ad alcune frequenze

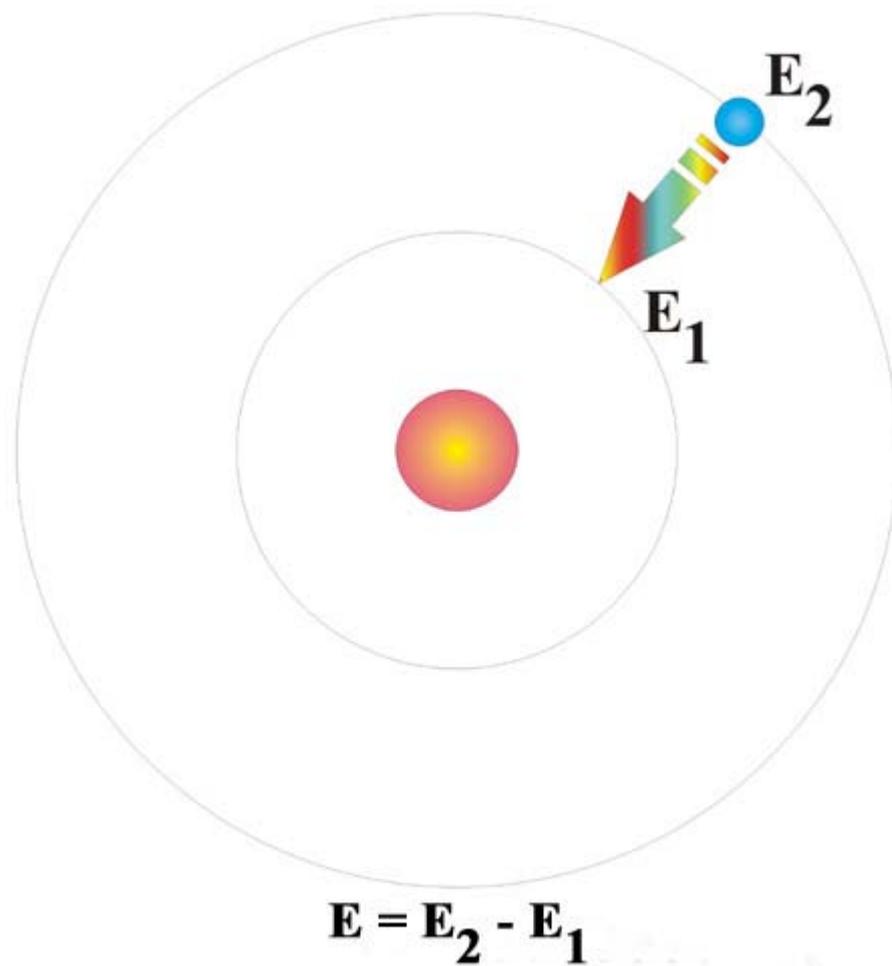


Il fisico Niels Bohr ne dedusse che l'energia posseduta dall'atomo dovesse essere allora una grandezza quantizzata, una grandezza cioè che non poteva assumere tutti i valori possibili, ma che variasse a scatti, detti quanti di energia. Di conseguenza anche le orbite percorse non potevano essere tutte quelle immaginabili ma il loro raggio doveva variare a scatti, di multipli di una quantità minima.

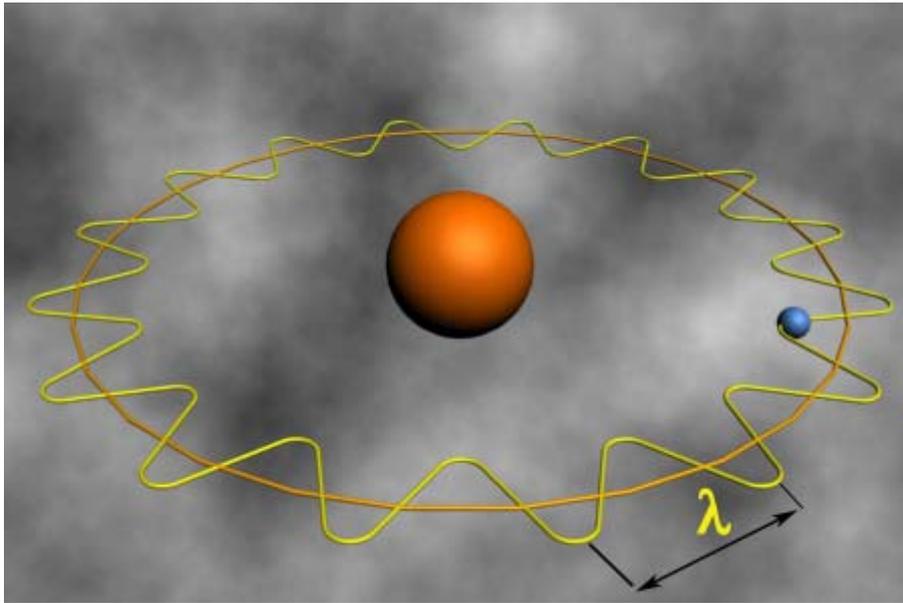




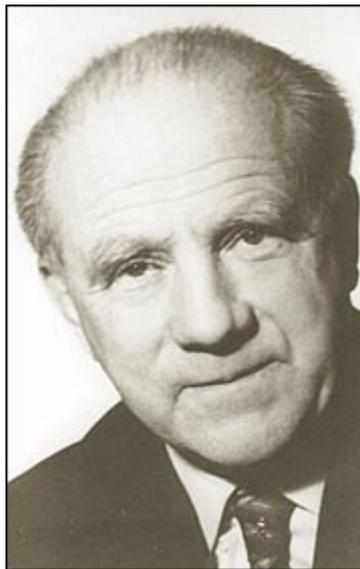
Un elettrone poteva passare da un'orbita all'altra soltanto cedendo o acquistando una quantità di energia pari alla differenza fra le energie corrispondenti alla due orbite.



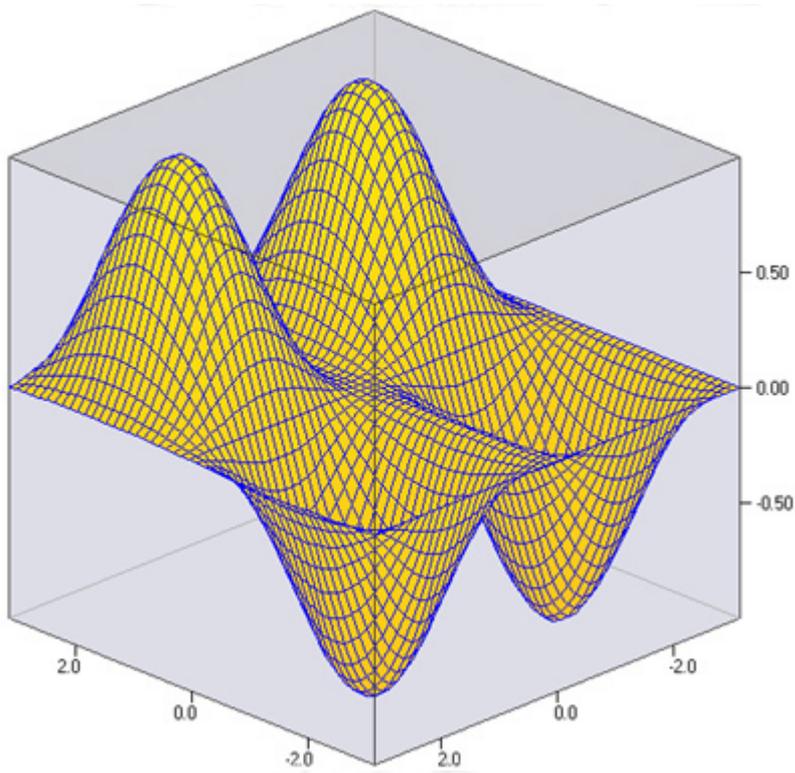
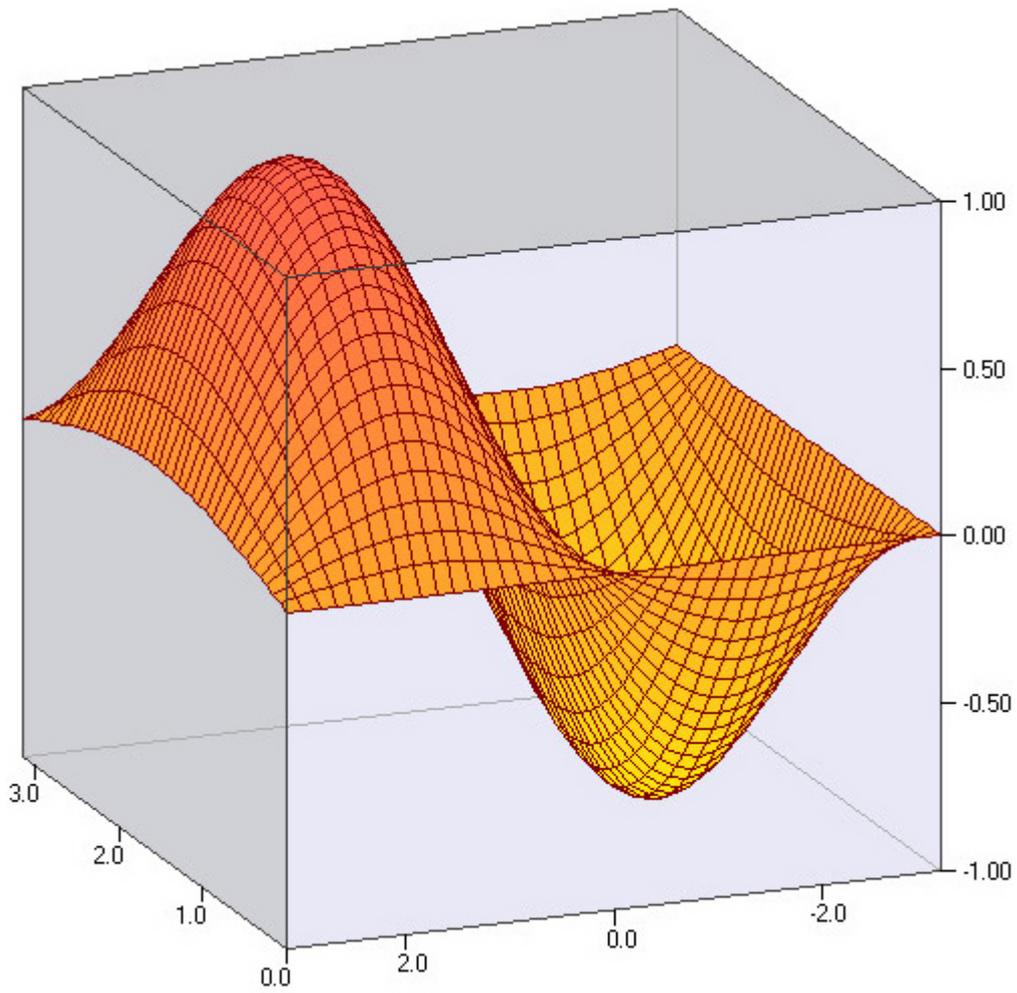
Il modello di Bohr resse a lungo sia pur con correzioni di dettaglio come quella di De Broglie, che consentivano una maggiore aderenza ai risultati sperimentali.



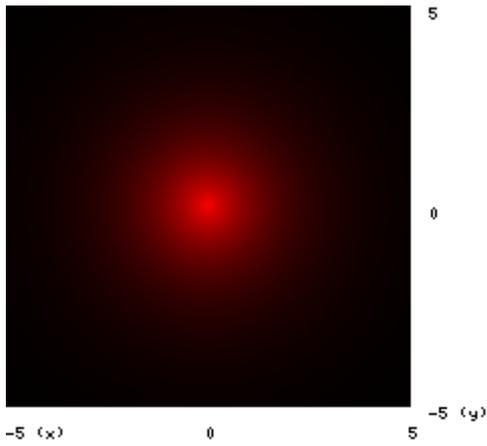
La vera rivoluzione fu data dal principio di indeterminazione di Heisenberg



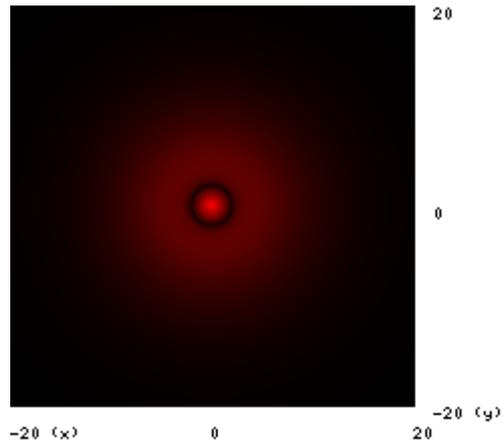
Egli dimostrò in sostanza che non è possibile determinare contemporaneamente posizione e velocità di un elettrone nello spazio. Da ciò deriva che parlare di orbite percorse dall'elettrone è un non senso, perché il concetto di orbita presuppone la capacità di determinare con precisione il moto di un corpo. Andava introdotto, allora, un nuovo modello di interpretazione degli atomi, in cui si rinunciava a determinare con precisione assoluta il moto degli elettroni e ci si accontentava di darne una descrizione probabilistica: invece di determinarne la traiettoria ci si accontentava di determinare zone dello spazio intorno al nucleo in cui l'elettrone potrebbe trovarsi con sufficiente probabilità, gli orbitali. Questi orbitali venivano determinati mediante strumenti matematici molto sofisticati, detti funzione d'onda



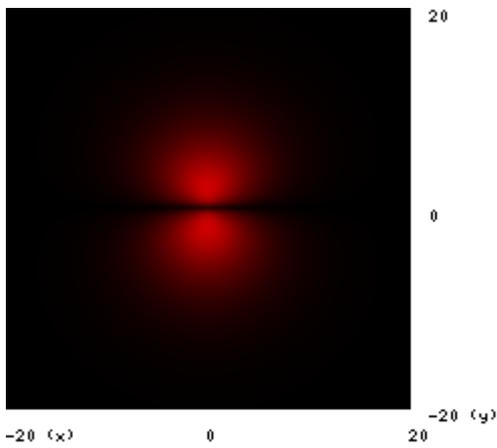
Si hanno diversi tipi di orbitali



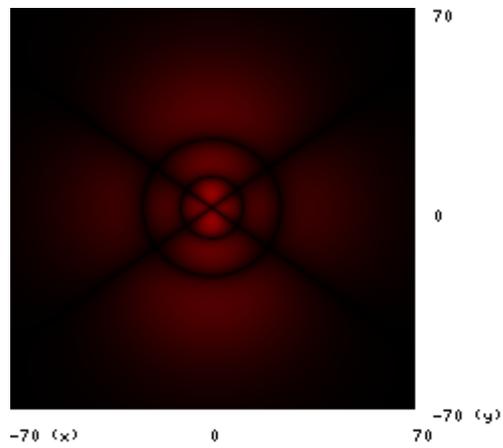
numero quantico principale  $n = 1$   
 numero quantico azimutale  $l = 0$   
 numero quantico magnetico  $m = 0$



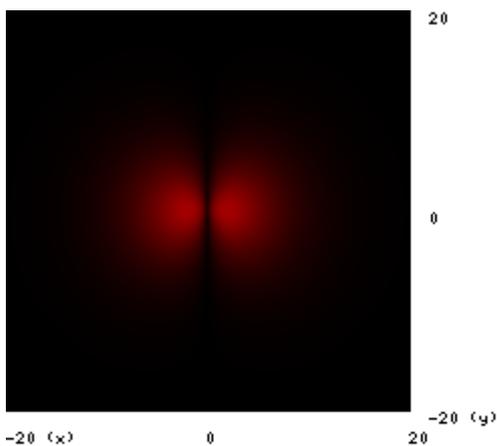
numero quantico principale  $n = 2$   
 numero quantico azimutale  $l = 0$   
 numero quantico magnetico  $m = 0$



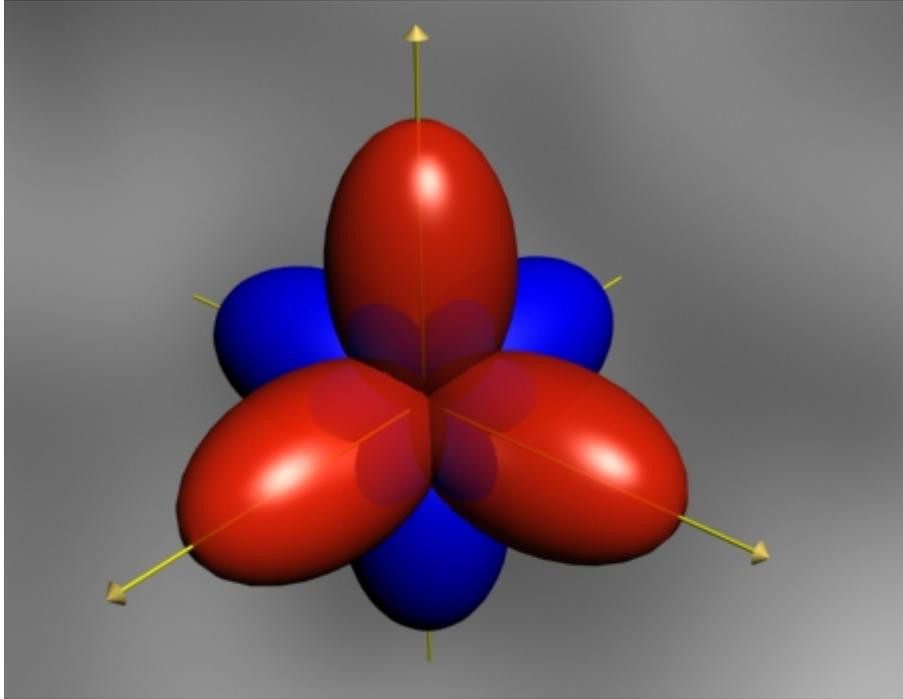
numero quantico principale  $n = 2$   
 numero quantico azimutale  $l = 1$   
 numero quantico magnetico  $m = 0$



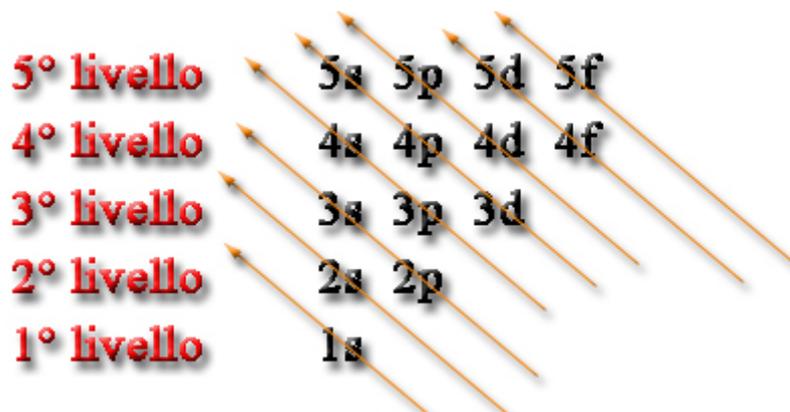
numero quantico principale  $n = 5$   
 numero quantico azimutale  $l = 0$   
 numero quantico magnetico  $m = 0$



numero quantico principale  $n = 2$   
 numero quantico azimutale  $l = 1$   
 numero quantico magnetico  $m = 1$



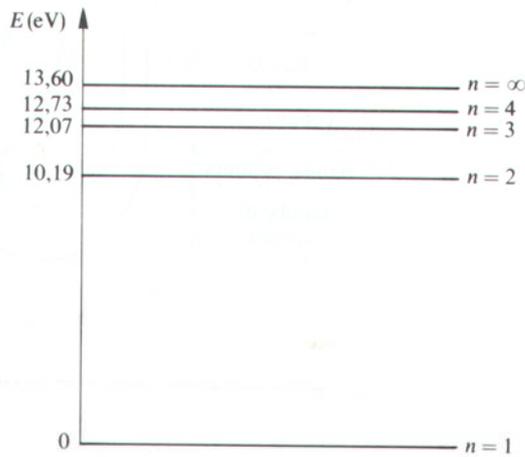
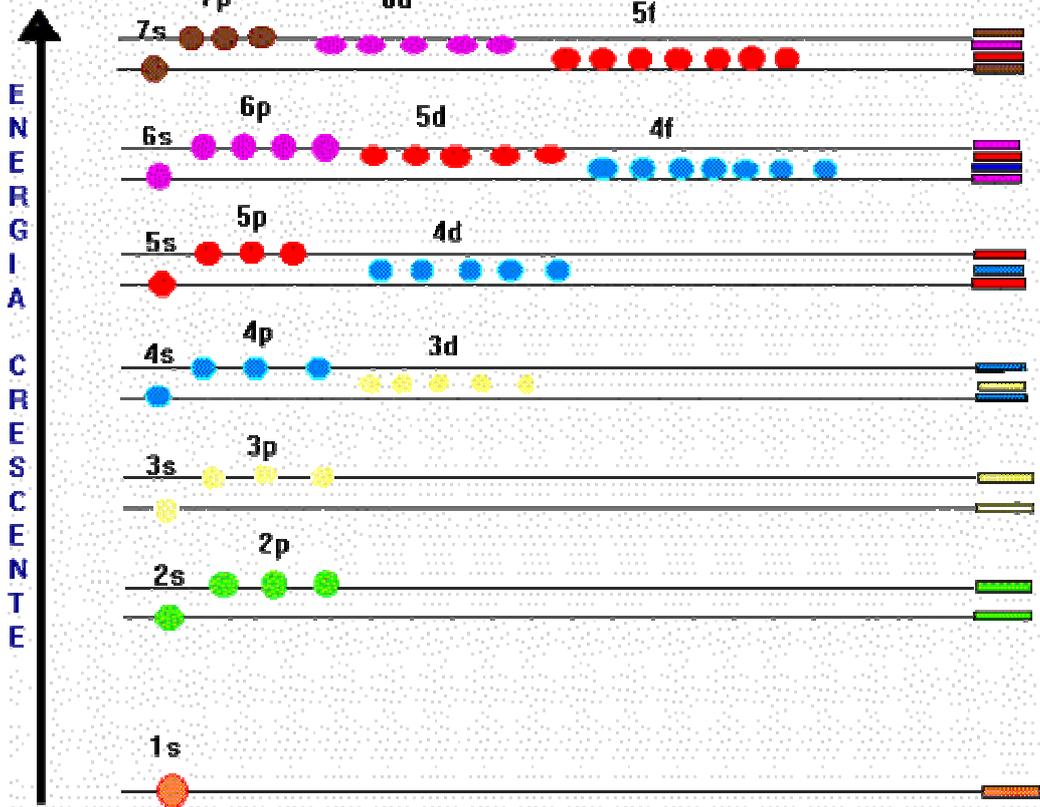
Gli elettroni di un atomo occupano i vari orbitali a partire da quelli con minore energia



### *Livelli e bande di energia*

Quello che ci interessa ora ribadire è la natura quantizzata dell'energia posseduta da un elettrone

**Orbitali atomici in ordine di energia crescente**



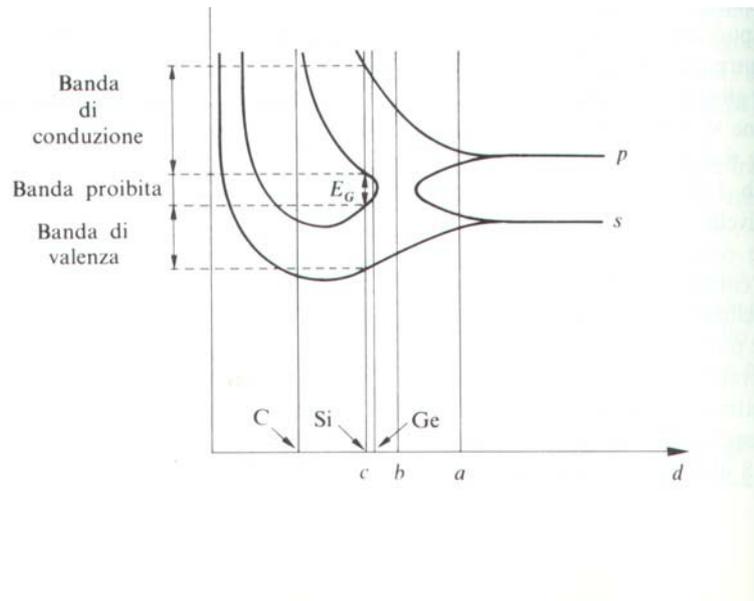
**FIG. 1.4**  
I quattro livelli energetici inferiori permessi per l'atomo di idrogeno ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) e il livello di ionizzazione ( $n = \infty$ ).

3

Ad un elettrone sono dunque permessi soltanto certi livelli di energia, ad esempio 10,19 elettronvolt oppure 12,047 elettronvolt ma non, per esempio, 10,21 oppure 11,4589 elettronvolt. Dunque la sua energia non può assumere tutti i valori immaginabili.

Questa situazione è vera, però, soltanto se l'atomo è isolato, molto distante dagli altri atomi. Se l'atomo è inserito in un reticolo cristallino, le interazioni elettriche fra gli elettroni di un atomo e quelli

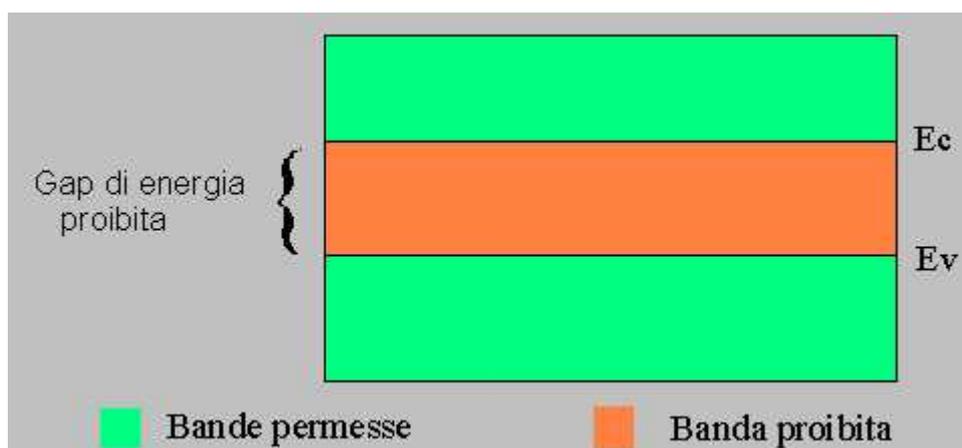
dell'atomo successivo complicano le cose e fanno moltiplicare i livelli energetici possibili. Analizziamo la seguente figura



In essa poniamo sull'asse delle ascisse la distanza  $d$  interatomica cioè la distanza reciproca fra i vari nuclei del reticolo, e sull'asse delle ordinate l'energia posseduta dagli elettroni. Vediamo che se  $d$  è molto grande, cioè gli atomi sono molto distanti l'uno dall'altro, vi sono pochi livelli energetici, ma via via che avviciniamo gli atomi fra loro, i livelli si moltiplicano tanto da dar luogo a vere e proprie bande, cioè intervalli all'interno dei quali è permesso all'energia di assumere un qualsiasi valore.

Dalla figura si vede anche che si creano bande di valori di energia che un elettrone non può possedere.

In definitiva, per atomi inseriti in un reticolo cristallino, la situazione è la seguente

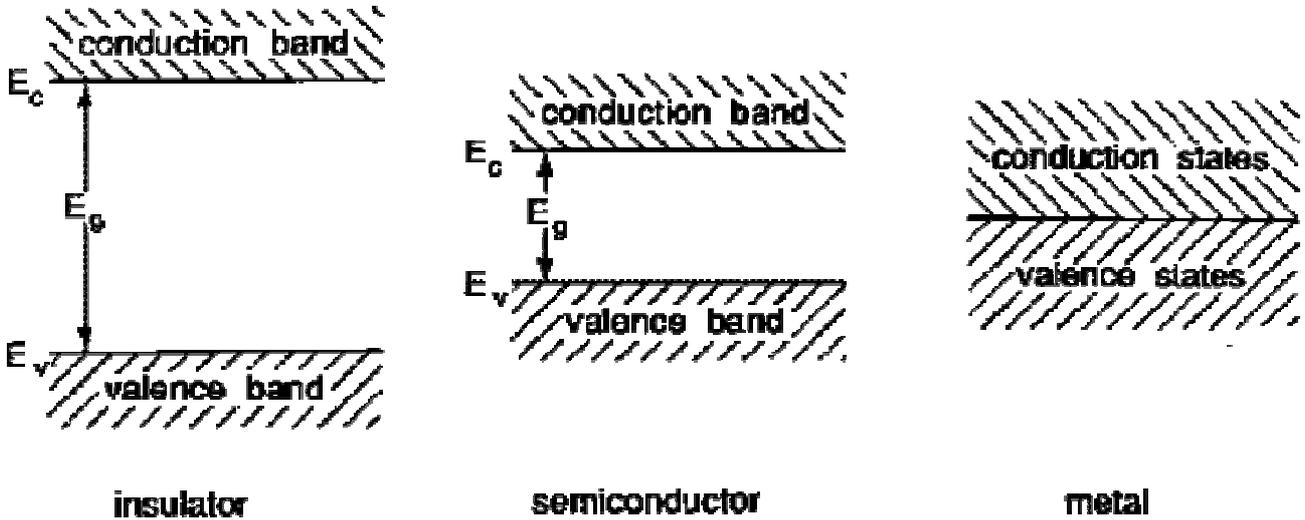


Abbiamo tre possibili bande di energia:

- la banda di valenza, è un insieme di valori di energia che possiede un elettrone vincolato all'atomo,
- la banda proibita o gap costituita da un insieme di valori di energia che un elettrone non può possedere

- la banda di conduzione. Un elettrone che acquista una tale energia abbandona l'atomo e diventa libero.

Scopriamo anche, dalla figura precedente, che l'ampiezza della banda proibita dipende dalla distanza interatomica e che essa è molto grande negli isolanti, ha un valore minore nei semiconduttori, è praticamente inesistente nei conduttori



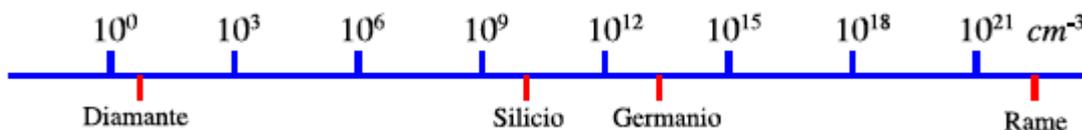
Proprio l'ampiezza della banda proibita consente di spiegare il diverso comportamento di isolanti, conduttori e semiconduttori.

Negli isolanti, data l'ampiezza del gap, diventa molto difficile, improbabile statisticamente, che un elettrone diventi libero, per cui la popolazione di elettroni liberi in un materiale isolante è molto piccola, da cui l'impossibilità di avere correnti significative.

Nei semiconduttori, il numero di elettroni liberi è superiore a quello presente negli isolanti poiché il gap da saltare è inferiore.

I conduttori sono ricchissimi di elettroni liberi poiché non esiste una banda proibita da dover superare. Per avere un'idea più precisa, diciamo che in un metro cubo di materiale isolante troverete da 1 milione a dieci milioni di elettroni liberi mentre in un buon conduttore troverete  $10^{28}$  elettroni liberi cioè 10 miliardi di miliardi di miliardi di elettroni liberi.

Nel silicio abbiamo  $10^{16}$  elettroni liberi per metro cubo cioè dieci milioni di miliardi di elettroni liberi.

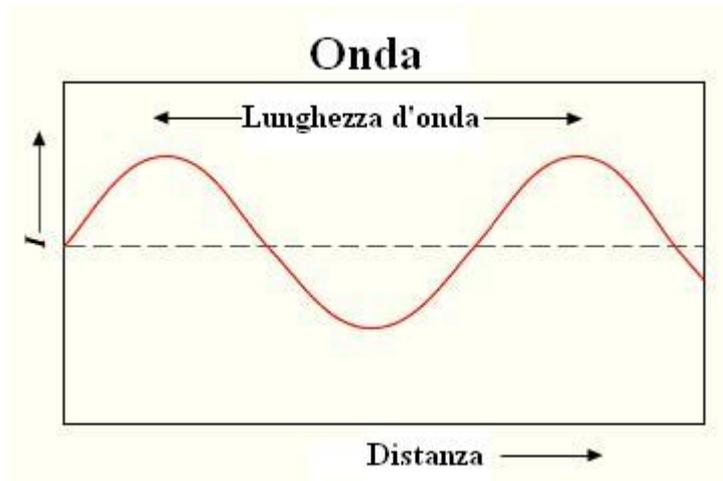


## Approfondimento 1: la spettroscopia e l'atomo di Bohr

La luce è un fenomeno vibratorio, cioè un fenomeno che si riproduce identico a se stesso dopo un tempo  $T$  sempre uguale, detto periodo. L'inverso del periodo, la frequenza

$$\nu = \frac{1}{T}$$

rappresenta il numero di vibrazioni per unità di tempo. Se la vibrazione si propaga nello spazio si ha la formazione di onde analoghe alle onde che si formano in uno specchio d'acqua che si succedono ad intervalli regolari nello spazio.



L'intervallo spaziale fra due creste dell'onda prende il nome di lunghezza d'onda  $\lambda$ . Esso si può calcolare come lo spazio percorso dall'onda in un periodo  $T$ . Quindi se  $c$  è la velocità di propagazione della luce si ha

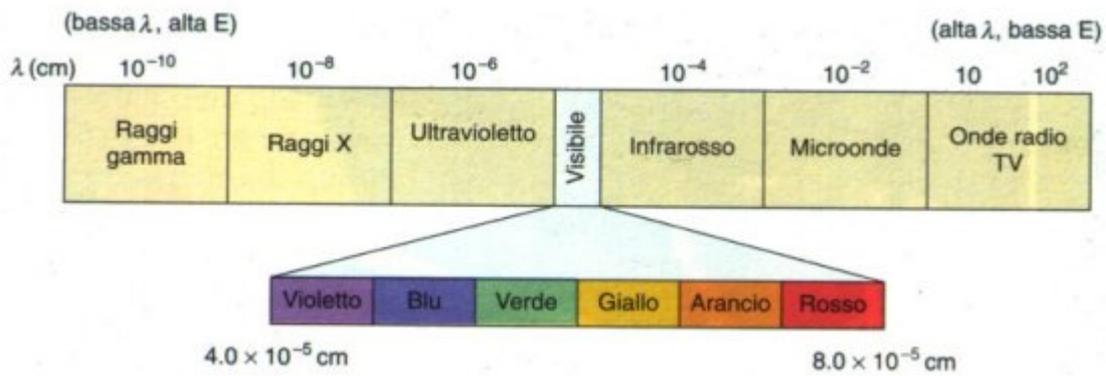
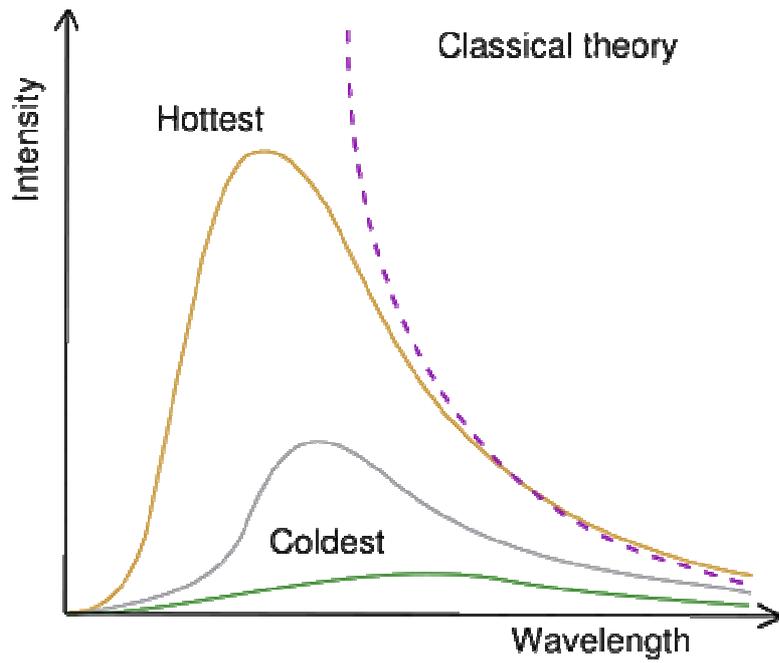
$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$$

E' utile anche considerare l'inverso della lunghezza d'onda che prende il nome di numero d'onda e rappresenta il numero di lunghezze d'onda in un'unità di misura

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

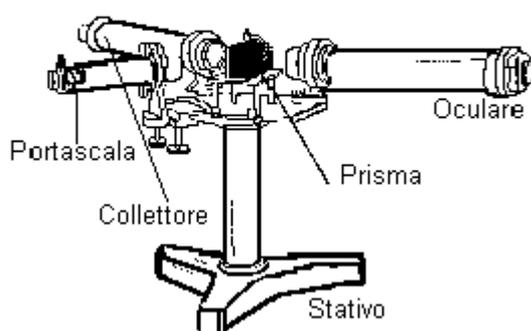
L'aspetto degli spettri di differenti sorgenti luminose permette di classificarli in alcune categorie. Innanzitutto distinguiamo fra spettri continui e discontinui.

Un esempio di spettro continuo è quello della radiazione emessa da un corpo incandescente. Le radiazioni si susseguono nello spettro senza interruzioni. Si ha dunque a che fare con una serie continua di lunghezze d'onda.

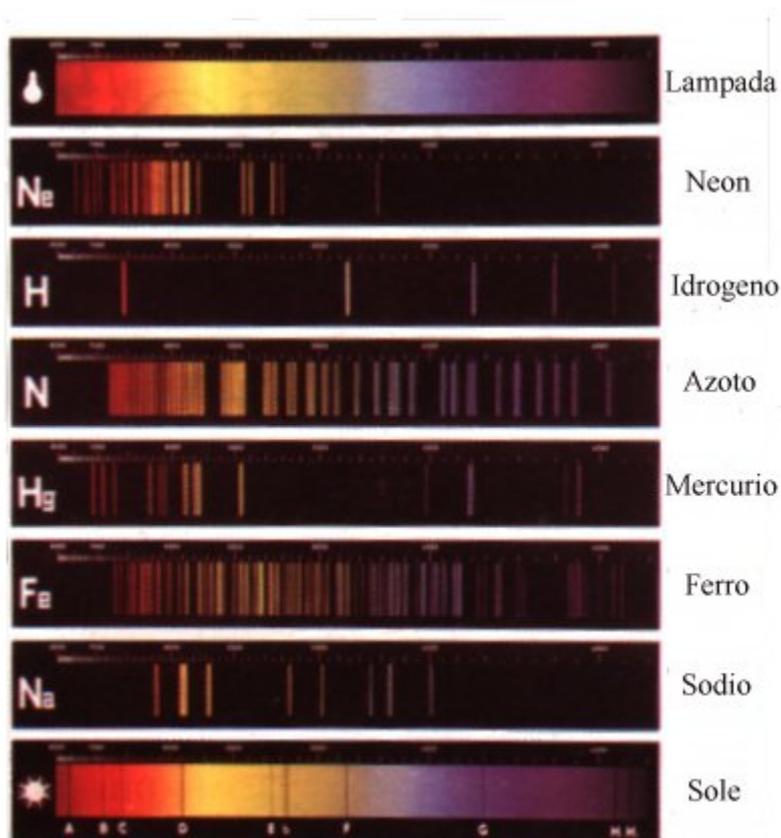


Se, invece, si esamina allo spettroscopio lo spettro di una scarica elettrica in un gas si nota che esso ha un aspetto discontinuo

## Spettroscopio di Kirchoff - Bunsen



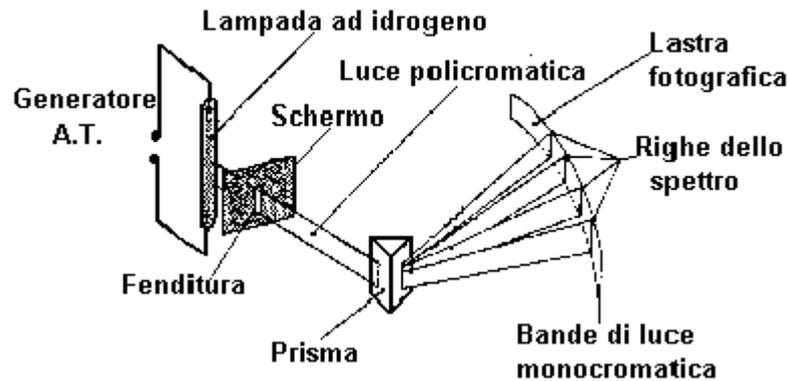
Vi si distinguono regioni luminose alternate con regioni oscure. In alcuni casi si osservano righe molto sottili su fondo nero. In altri casi le regioni luminose hanno la forma di bande larghe. Gli spettri di riga sono emessi da atomi isolati cioè da molecole monoatomiche mentre gli spettri a bande sono emessi da molecole pluriatomiche.



L'interesse verso questi spettri risiede nel fatto che ciascun elemento chimico ha uno spettro caratteristico per cui la spettroscopia diventa un valido metodo di analisi chimica. Elementi come il cesio e il rubidio sono stati scoperti proprio mediante analisi spettroscopica così come l'elio è stato individuato nell'analisi spettroscopica della corona solare.

Uno degli spettri più studiati all'inizio della storia della spettroscopia è stato quello dell'atomo di idrogeno

### Spettro di emissione dell'idrogeno



Esso si compone nel visibile di tre righe soltanto

- una rossa detta  $H_\alpha$
- una verde-blu detta  $H_\beta$
- una violetta detta  $H_\gamma$

Questo spettro si prolunga nell'ultravioletto mediante numerose righe sempre più fitte e termina alla lunghezza d'onda di 3645 angstrom.

Le lunghezze d'onda presenti nello spettro sono esprimibili mediante una formula detta di Balmer

$$\lambda = 3645,6 \frac{m^2}{m^2 - 4} \text{ \AA}$$

Se ad  $m$  sostuiamo i numeri interi 3, 4, 5 ecc. Troviamo le lunghezze d'onda dello spettro. Se poniamo  $m$  ad infinito troviamo il valore limite di 3645,6 angstrom.

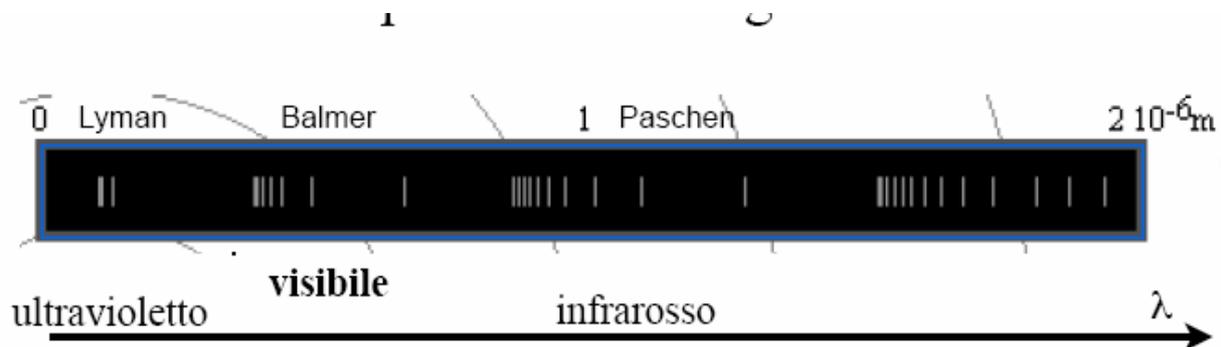
In termini di numero d'onda si ha una formulazione alternativa della serie di Balmer

$$\sigma = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$R$  è detto costante di Rydberg ed ha il valore numerico di  $109678 \text{ cm}^{-1}$ . L'esame della formula di Balmer sotto questa forma suggerisce la seguente generalizzazione

$$\sigma = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Dove  $n$  può essere un qualunque numero intero (ma inferiore ad  $m$  per varie numeri d'onda positivi). Per  $n=1$  si trova una lunghezza d'onda limite a 911,7 angstrom nell'ultravioletto. Il fisico americano Lyman, analizzando lo spettro nel campo ultravioletto, trovò una serie di righe dette appunto di Lyman



Posto  $n=3$  si ha la serie di Paschen nel campo dell'infrarosso.

La comprensione del significato fisico di tali spettri dovette attendere la teoria di Bohr relativa all'atomo di idrogeno.

Sapendo che la forza di attrazione elettrostatica fra nucleo ed elettrone varia con l'inverso del quadrato della distanza, in analogia con la forza di attrazione gravitazionale, Bohr suppose che l'elettrone dovesse girare intorno al nucleo su un'orbita esattamente come un pianeta che viaggia intorno al sole.

In termini di fisica classica la forza di attrazione fra nucleo ed elettrone deve eguagliare la forza dovuta all'attrazione centripeta

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

L'elettrone possiede un'energia cinetica pari a

$$\frac{1}{2}mv^2$$

ed un'energia potenziale dovuta alla forza di attrazione elettrostatica pari a

$$-\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Quindi l'elettrone possiede un'energia totale

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

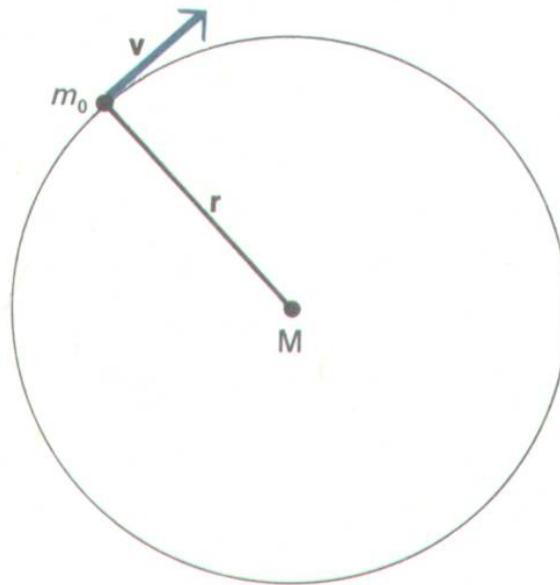
Utilizzando l'equazione di equilibrio della forza si ha

$$E = -\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Il segno  $-$  sta solo ad indicare che si è scelto lo zero dell'energia potenziale all'infinito.

In accordo con le leggi classiche dell'elettromagnetismo se una carica compie delle oscillazioni ad una data frequenza deve emettere onde elettromagnetiche alla stessa frequenza. Quindi l'atomo deve emettere onde alla stessa frequenza con cui l'elettrone ruota intorno al nucleo.

Ma se l'elettrone irradia energia sotto forma di onde elettromagnetiche la sua energia totale e quindi il raggio della sua orbita deve diminuire fino a farlo collapsare sul nucleo stesso.



Da un lato dunque dovremmo assistere ad una notevole instabilità degli atomi e al fatto che le radiazioni emesse abbiano una frequenza che varia con continuità.

La teoria di Bohr si basa invece su tre postulati

- in contrasto con la fisica classica un atomo può possedere soltanto determinati valori discreti di energia. Quando un elettrone si trova negli stati corrispondenti a tali valori di energia esso non emette radiazioni (stato stazionario o non irradiante)
- per passare da uno stato ad energia superiore ad uno stato ad energia inferiore l'elettrone deve irradiare energia pari alla differenza fra le energie corrispondenti ai due stati con frequenza

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

dove  $h$  è la cosiddetta costante di Planck

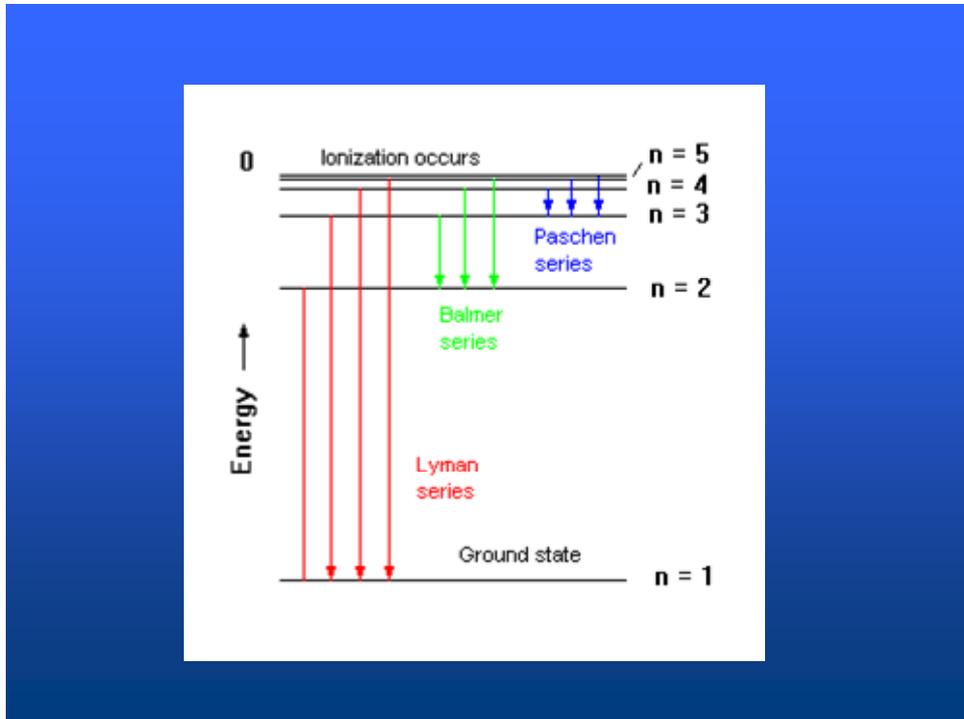
- uno stato stazionario è determinato dalla condizione che il momento angolare dell'elettrone risulta quantizzato con

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

Da questa condizione risulta che i livelli di energia permessi sono dati dalla seguente espressione

$$E_n = -\frac{mq^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}$$

Questa espressione è in accordo con i risultati sperimentali



## Approfondimento 2 – Equazione di Schrödinger ed orbitali

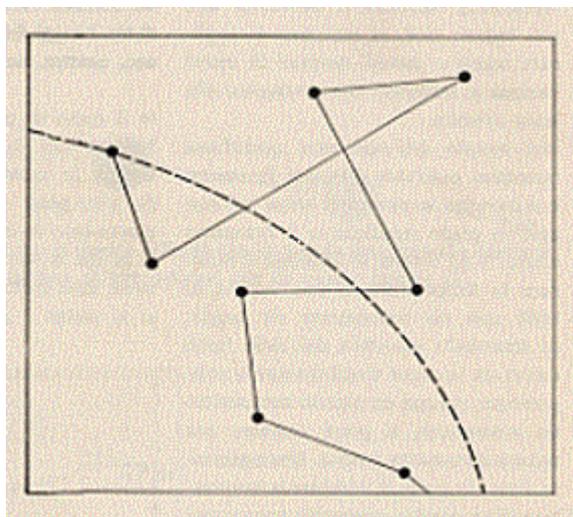
Prendiamo in considerazione un elettrone: vogliamo studiare la sua posizione e la sua velocità. Costruiamo un'esperienza ideale, una esperienza cioè in cui lo sperimentatore dispone di un laboratorio ideale in cui egli possa costruire qualsiasi genere di strumento o congegno purché la sua struttura ed il suo funzionamento non contraddicano le leggi fondamentali della fisica. Vogliamo osservare la traiettoria di un elettrone in movimento, lanciato da un particolare meccanismo e soggetto alla forza di gravità della Terra.

L'attrezzatura per fare l'esperienza è la seguente:

- una camera dentro la quale è stata aspirata completamente l'aria, fino all'ultima molecola;
- un cannoncino in grado di sparare elettroni, uno alla volta, orizzontalmente e sistemato su una parete della camera;
- una sorgente luminosa capace di emettere fotoni in numero variabile a piacere e di qualsiasi frequenza;
- un microscopio in grado di poter osservare qualsiasi frequenza (perfino le lunghe onde radio e i cortissimi raggi  $\gamma$ ).

Cerchiamo di vedere e capire cosa succede ad un elettrone quando si pone in moto nella camera. Allora vogliamo vedere quale traiettoria questo elettrone segue. Ma per vedere occorre illuminare e per illuminare occorre che almeno un fotone colpisca l'elettrone. Se un elettrone è colpito da un fotone, al contrario di una palla colpita da uno o più fotoni, gli scambi di energia sono dello stesso ordine di grandezza ed allora, dopo l'urto, l'elettrone avrà completamente variato la sua traiettoria e la sua velocità.

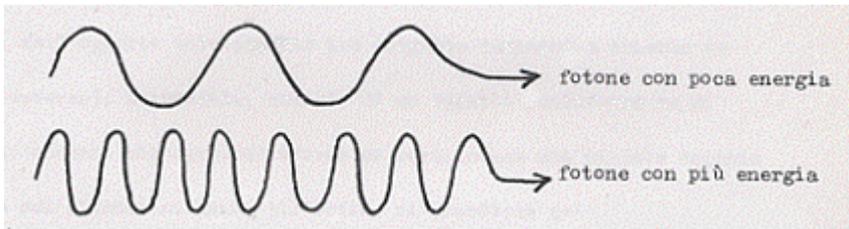
se un elettrone è colpito da un fotone, al contrario di una palla colpita da uno o più fotoni, gli scambi di energia sono dello stesso ordine di grandezza ed allora, dopo l'urto, l'elettrone avrà completamente variato la sua traiettoria e la sua velocità.



si potrebbe pensare di diminuire l'energia del fotone che urta l'elettrone in modo da perturbare il meno possibile l'elettrone stesso. Esiste una relazione che lega l'energia del fotone alla sua frequenza

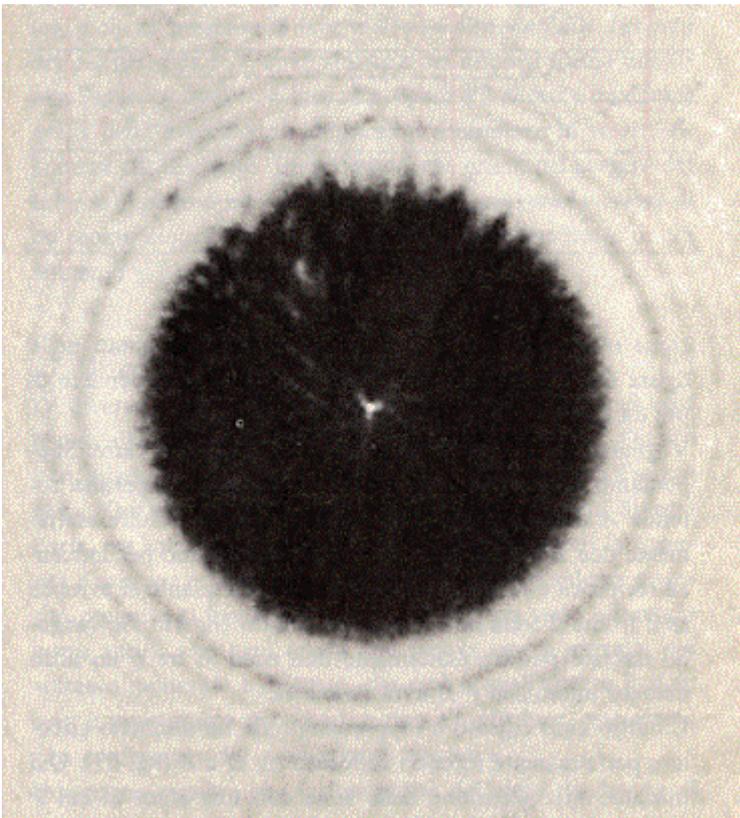
$$E = h\nu$$

per diminuire  $E$  si può agire sulla frequenza  $\nu$ , si può cioè rendere sempre più piccola la frequenza  $\nu$ . Poiché frequenza e lunghezza d'onda sono tra loro inversamente proporzionali, diminuire la frequenza equivale ad aumentare la lunghezza d'onda:



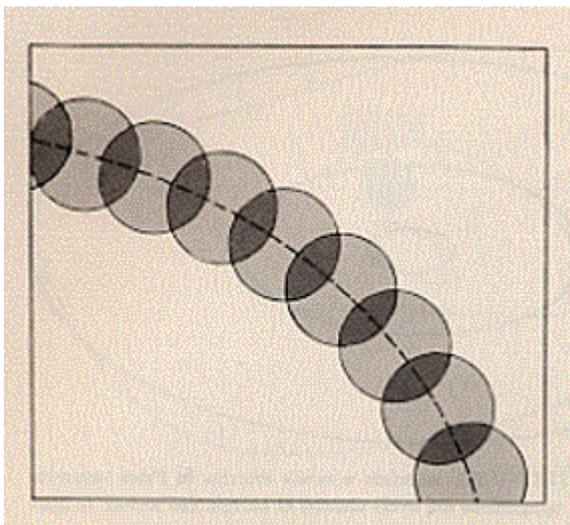
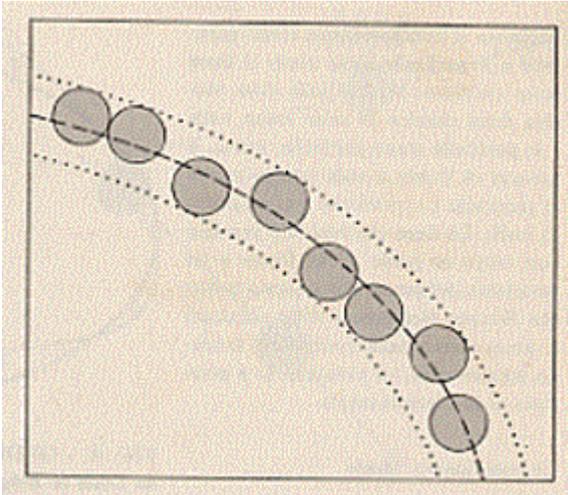
Abbiamo quindi un fotone con energia piccolissima, cioè un fotone che dispone di una piccolissima frequenza, cioè un fotone che ha una grande lunghezza d'onda.

Ora si ha la diffrazione anche quando poniamo un piccolissimo oggetto (il cui diametro sia dell'ordine di grandezza della lunghezza d'onda della luce) davanti ad una sorgente luminosa: su di uno schermo posto di fronte troveremo non un'ombra netta ma confusa.



Usando, come ci eravamo proposti, un fotone di bassa energia per non perturbare la traiettoria e la velocità dell'elettrone che stiamo osservando ci troviamo nella condizione in cui il fotone ha una bassa frequenza e quindi una grande lunghezza d'onda. Se dunque aumentiamo la lunghezza d'onda del fotone per perturbare meno traiettoria e velocità dell'elettrone, troveremo nel nostro microscopio delle

immagini scadenti, cioè una misura poco precisa della posizione dell'elettrone. Quindi per un fotone che si muove con una grande frequenza  $\nu$ , cioè con una piccola lunghezza d'onda  $\lambda$ , avremo sul microscopio una immagine come quella in cui l'elettrone si vede come se avesse una traiettoria a zig zag. Mano a mano che diminuiamo la frequenza, e quindi aumentiamo la lunghezza d'onda, otterremo via via sul nostro microscopio delle immagini come quelle riportate nelle figure successivamente riportate:



Nell'ultima figura possiamo intravedere una traiettoria anche se grossolanamente approssimata. Non siamo in grado comunque di dare la posizione dell'elettrone.

Allora: o si dà la posizione dell'elettrone rimanendo completamente indeterminata la sua traiettoria (figura con elettrone a zig zag), oppure si dà la traiettoria rimanendo completamente indeterminata la posizione (ultima figura). La penultima figura ci fornisce però una via di mezzo: usando una frequenza intermedia si avrà una traiettoria alterata solo parzialmente ed anche la posizione si potrà stabilire con una piccola incertezza. L'elettrone non avrà una linea ben definita come traiettoria ma comunque resterà confinato entro una striscia.

Questi ragionamenti furono quelli che portarono Heisenberg al suo famoso principio di indeterminazione (1927) che egli riuscì a formulare anche con una relazione matematica.

Secondo il principio di indeterminazione: è impossibile determinare con esattezza e simultaneamente la posizione e la velocità di un elettrone ( e più in generale di una particella).

La forma matematica di questo principio è molto semplice. Se chiamiamo con  $x$  la posizione dell'elettrone e quindi con  $\Delta x$  l'indeterminazione sulla posizione, da quanto abbiamo detto si ricava che  $\Delta x$  è dell'ordine di grandezza della lunghezza d'onda  $\lambda$  del fotone, mentre, se chiamiamo con  $q$  la quantità di moto dell'elettrone ( $q = mv \Rightarrow \Delta q = \Delta mv$ ) e quindi con  $\Delta q$  l'indeterminazione nella sua quantità di moto, si può facilmente vedere che anche  $\Delta q$  dipende da  $\lambda$  e maggiore è l'energia trasportata dal fotone, maggiore è l'energia che questo scambia con l'elettrone. Più precisamente si avrà:

$$\Delta x \geq \lambda$$

$$\Delta q \geq \frac{h}{\lambda}$$

combinando queste due relazioni si trova:

$$\Delta x \cdot \Delta q \geq h$$

Con altre considerazioni, la forma definitiva del principio di indeterminazione risulta essere:

$$\Delta x \cdot \Delta q \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta(mv) \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta x \cdot m \Delta v \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta x \Delta v \geq \frac{h}{2\pi m}$$

essendo  $h$  la costante di Planck ed  $m$  la massa dell'elettrone

Per descrivere il comportamento dell'elettrone attorno all'atomo possono essere utili delle funzioni matematiche che tengano conto del campo di potenziale in cui si trova l'elettrone; ma il campo è condizionato dalla posizione istantanea dell'elettrone rispetto al nucleo e questa è rappresentabile con un sistema di coordinate cartesiane in cui l'origine degli assi coincide con il centro del nucleo  $M$ .

Nel 1926 Erwin Schrödinger (1887-1961; premio Nobel nel 1933) sviluppò una equazione differenziale la cui soluzione è la funzione desiderata, cioè quella che rappresenta la posizione dell'elettrone rispetto alla sua energia; questa funzione  $\Psi$  è chiamata funzione d'onda.

L'equazione differenziale è:

$$\frac{\delta^2 \Psi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \Psi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \Psi}{\delta z^2} + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (E - V) \Psi = 0$$

in cui: