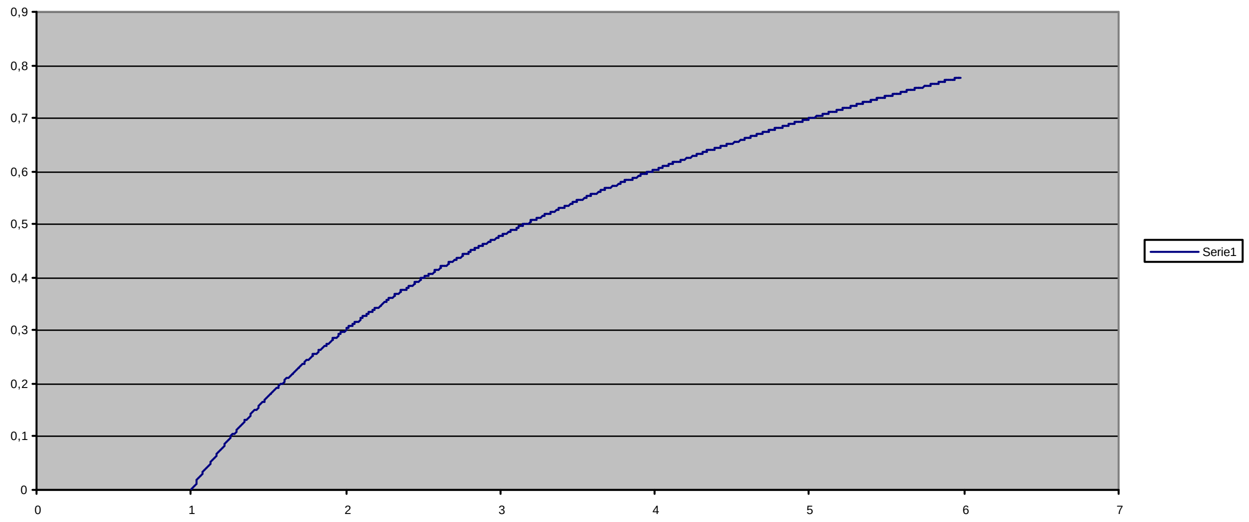
## Il concetto di derivata

Poiché siete tutti matematici che rivaleggiano con le più grandi menti che hanno calpestato, questo pianeta suppongo che abbiate una qualche frequentazione con il concetto di funzione. Diciamo banalmente che la funzione lega un insieme di valori x ad un insieme di valori y. Un esempio potrebbe essere lo studio dello spazio percorso da un corpo: diligentemente raccogliamo in una tabella gli istanti di tempo in cui facciamo le rilevazioni e in corrispondenza di essi lo spazio percorso.

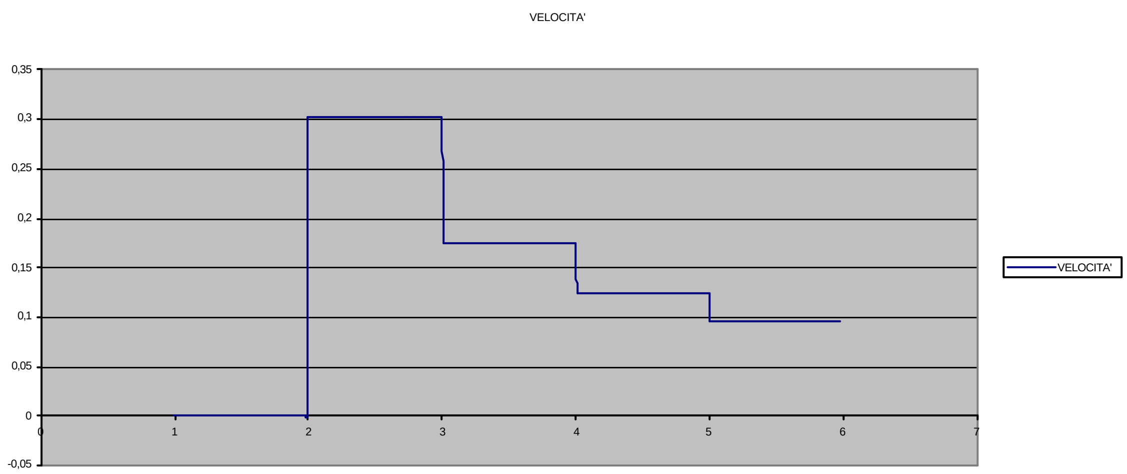
**Tabella 1**

| tempo | SPAZIO PERCORSO |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 1,01 | 0,004321374 |
| 1,02 | 0,008600172 |
| 1,03 | 0,012837225 |
| 1,04 | 0,017033339 |
| 1,05 | 0,021189299 |
| 1,06 | 0,025305865 |
| 1,07 | 0,029383778 |
| 1,08 | 0,033423755 |
| 1,09 | 0,037426498 |
| 1,1 | 0,041392685 |

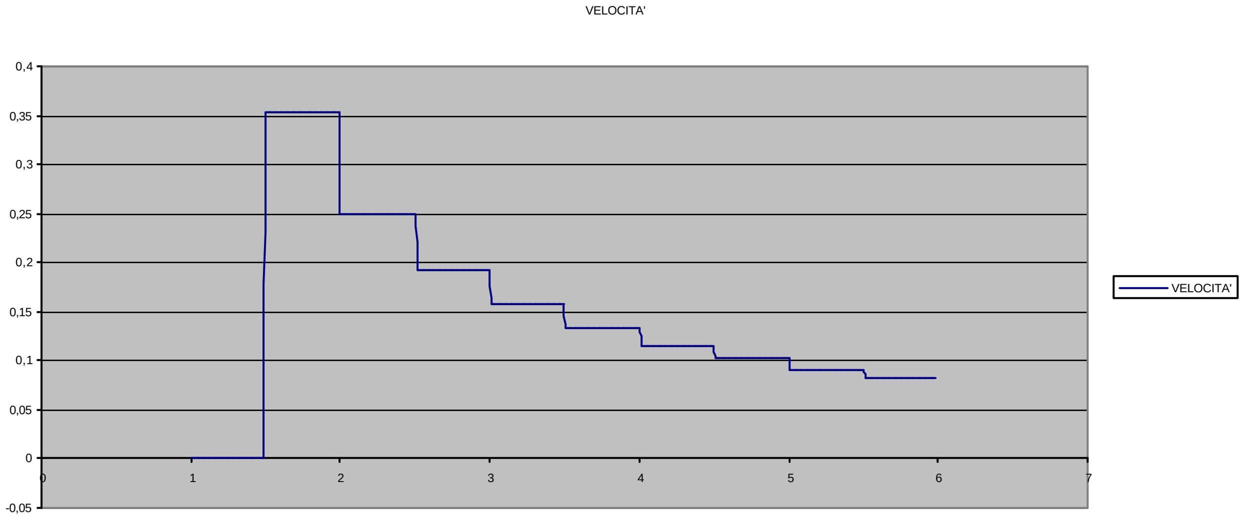
Otteniamo anche un diagramma riportando su un sistema di assi cartesiani i punti che corrispondono a queste coppie di valori



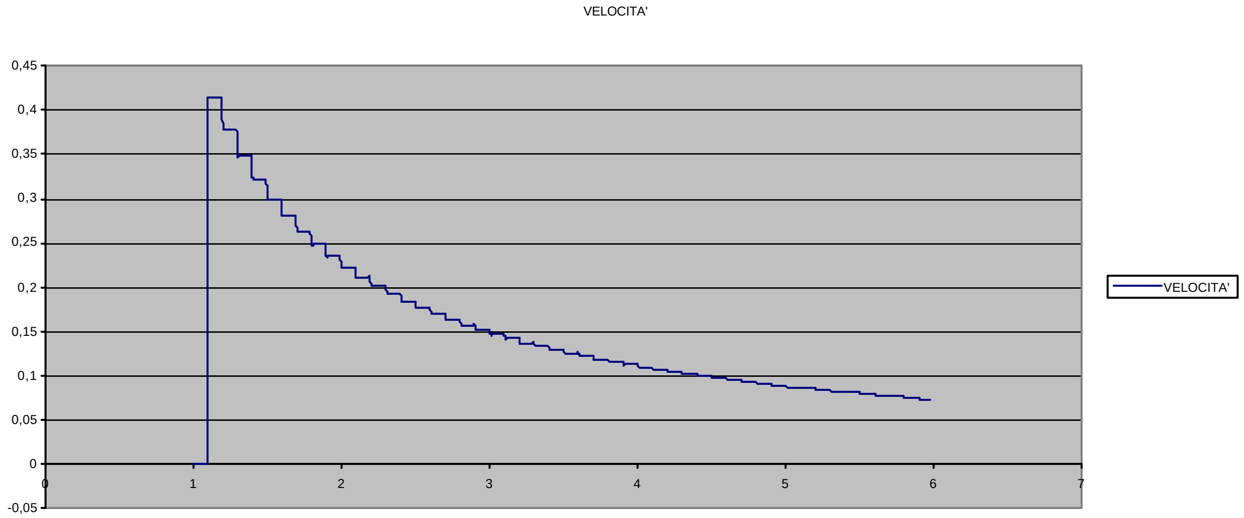

Abbiamo ottenuto il grafico della funzione che lega i valori degli istanti di tempo (x) con lo spazio percorso (y). A un certo punto ci vien voglia di studiare la velocità con cui si muove il corpo nei vari intervalli di tempo. Poiché conosciamo tutti la teoria della relatività generale sappiamo che se un corpo, in un intervallo di tempo $\Delta t$ percorre uno spazio $\Delta s$, si è mosso con una velocità $\frac{\Delta s}{\Delta t}$. Possiamo allora dividere l'intervallo di tempo di osservazione in tanti intervallini di ampiezza $\Delta t$ e misurare lo spazio percorso in tali intervalli. Se diagrammiamo i risultati otteniamo il seguente grafico delle velocità medie.

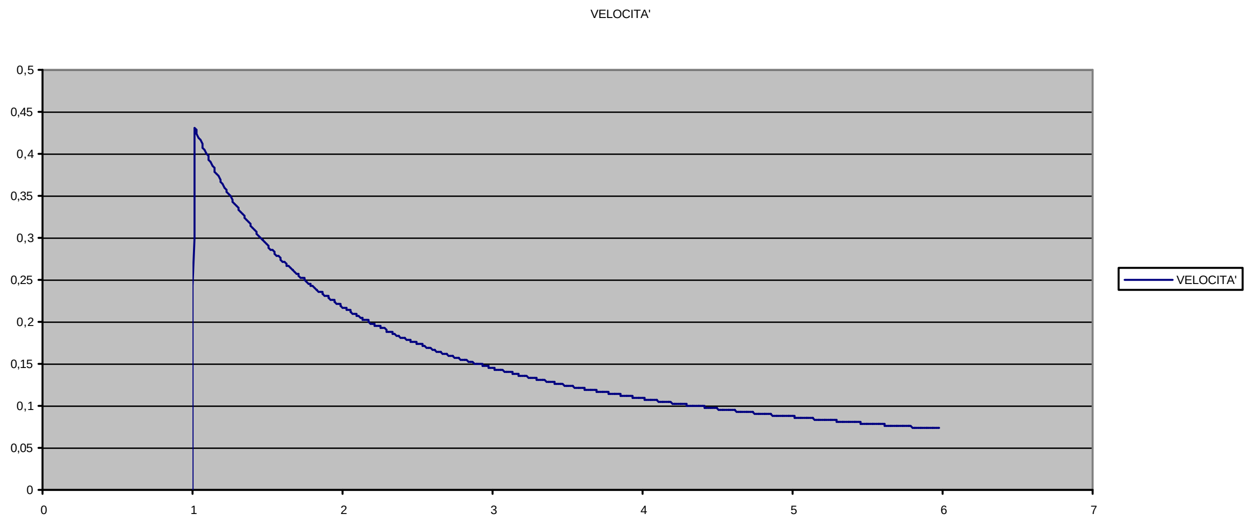


se non siamo soddisfatti della precisione, non ci resta che considerare intervalli di tempo più piccoli




e così via






E' intuitivo che, se facciamo tendere $\Delta t$ a zero, otteniamo una velocità istantanea, cioè una funzione che, istante per istante ci dice la velocità del nostro copro. Questo è il concetto di derivata in soldini. Data una funzione f(x), suddividiamo dapprima l'intervallo di variazione della variabile indipendente x in tanti intervalli $\Delta x$. In ogn'uno di questi intervalli calcoliamo l'incremento della funzione $\Delta f$. Costruiamo poi una funzione che, punto per punto, ci da il rapporto $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ detto *rapporto incrementale e* quindi ci da la velocità media di variazione della funzione in questi intervalli. Poi facciamo tendere a zero l'ampiezza degli intervalli $\Delta x$,. Per voi che avete meritato il Nobel per i vostri studi sui limiti, non è una sorpresa una simbologia del genere $\lim_{x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$. Otteniamo una funzione nuova che, punto per punto, ci da la velocità istantanea di variazione della funzione di partenza. La funzione che abbiamo ottenuto è detta derivata della funzione di partenza f(x) e si può indicare in diversi modi diversi: f '(x), $\frac{df}{dx}$, Df(x).

Di seguito mostriamo alcuni esempi di funzioni e loro derivate

| Funzione | Derivata |
|---|---|
| $f(x) = \cos\tan te$ | $f'(x) = 0$ |
| $f(x) = e^x$ | $f'(x) = e^x$ |
| $f(x) = a^x$ | $f'(x) = a^x \ln a$ |
| $f(x) = \ln(x)$ | $f'(x) = \frac{1}{x}$ |
| $f(x) = \log_a(x)$ | $f'(x) = \frac{1}{x\ln a}$ |
| $f(x) = x^n$ | $f'(x) = nx^{n-1}$ |
| $f(x) = sen(x)$ | $f'(x) = \cos(x)$ |
| $f(x) = \cos(x)$ | $f'(x) = -sen(x)$ |

Farete ulteriori stratosferici passi avanti su questi concetti con la vostra bellissima docente di matematica.