INTEGRALI PER SOSTITUZIONE 2

$$\int \frac{x^2}{(x^3+1)^2}\,dx$$

Quello che ci dà fastidio in questo integrale è il denominatore della funzione integranda per cui poniamo

$$t = (x^3+1)^2 \,, \qquad x^3+1 = \sqrt{t}$$

$$dt = 2(x^3+1)\cdot 3x^2\,dx$$

$$dx = \frac{dt}{6x^2(x^3+1)}$$

Sostituendo nell'integrale si ha

$$\int \frac{\cancel{x^2}}{t}\cdot\frac{dt}{6\cancel{x^2}(x^3+1)} = \frac{1}{6}\int\frac{dt}{t\sqrt{t}} = \frac{1}{6}\int\frac{dt}{t\cdot t^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{6}\int t^{-\frac{3}{2}}\,dt = \frac{1}{6}\,\frac{t^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} = \frac{1}{\cancel{6}_3}\,\frac{t^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{\cancel{2}}} =$$

$$= -\frac{1}{3}\,\frac{1}{t^{\frac{1}{2}}} + c = -\frac{1}{3}\,\frac{1}{\sqrt{t}} + c =$$

$$= -\frac{1}{3}\,\frac{1}{\sqrt{(x^3+1)^2}} + c = -\frac{1}{3}\,\frac{1}{x^3+1} + c$$