

INTEGRALE PER SOSTITUZIONE 9

$$\int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{1 + \sin^2 x}}$$

Nella ricerca della sostituzione giusta siamo aiutati dalla constatazione che è presente un seno al quadrato e un coseno che è la derivata del seno per cui possiamo

$$t = \sin x$$

$$dt = \cos x \, dx$$

Ne deriva

$$\int \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$$

Ricordiamo ora che esiste l'integrale notevole

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \log \left| x + \sqrt{a^2+x^2} \right| + c$$

(ricordiamo che con $\log x$ indichiamo il logaritmo naturale)

Per cui

$$\int \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}} = \log \left| t + \sqrt{1+t^2} \right| + c =$$

$$= \log \left| \sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x} \right| + c$$

