

Q13

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} \right)^{\frac{x^2+3}{3x+2} - 1}$$

$$\frac{x^2+3}{3x+2} \log(2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x^2+3}{3x+2} \log(2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3}{3x+2} \log(e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} + e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 1)$$

$$\frac{x^2+3}{3x+2} \log \left[1 + (2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2) \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x^2+3}{3x+2} \cdot (2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2) \log \left[1 + (2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2) \right]}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1}{\frac{x^2+3}{3x+2}} \right) \cdot e^{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3} - 1} \cdot \log \left[1 + (2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2) \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+6}{3x+2} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^2-x+3} - 1 \cdot e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^2-x+3} - 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+6}{3x+2} \cdot \frac{x^2+x+1}{x^2-x+3} - 1 \cdot e^{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+3}} - 1} - 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{2x-2}{x^2-x+3} \cdot \frac{2x^2+6}{3x+2} - 1}$$

$$= e^{\frac{4}{3} \cdot 1 - 2} = e^{-\frac{2}{3}}$$