

L'integrale

Permettetemi di essere spiccio ed usare pertanto un linguaggio non perfettamente puro dal punto di vista matematico.

Avete visto il concetto di [derivata](#), quindi sapete che si tratta di un operatore che trasforma una funzione in un'altra funzione per cui, ad esempio

$$f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$$

Si chiama integrale indefinito l'operatore che da una funzione derivata riporta alla funzione di partenza. Tale operatore si indica nel seguente modo

$$f(t) = \int F(t) dt$$

il significato esatto e particolareggiato del simbolo lo vedrete in matematica. Quello che ci interessa in questa sede è che, se, ad esempio

$$f(x) = \ln(x) \Rightarrow F(x) = \frac{1}{x}$$

applicando l'operatore di integrale si ha

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x)$$

è chiaro il concetto anche per quella sparuta pattuglia di cerebrolesi che si nasconde in questa fantastica platea di geni?

L'INTEGRALE INDEFINITO E' IL CONTRARIO DELLA DERIVATA!!!!

Ad essere precisi , l'espressione precedente andava scritta nel seguente modo

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + c$$

dove c è una costante detta costante di integrazione. Che sto dicendo? E' semplice.

Quando applico l'operatore di derivata di una funzione ottengo una sola funzione risultato, quando applico invece l'operatore di integrale indefinito

ottengo infinite funzioni come risultato

E com'è sto' miracolo?

Dunque, diciamo anzitutto che se $f(t) = \int F(t)dt$ la F(t) si dice

PRIMITIVA

della funzione $f(t)$.

[A proposito se vi confonde il fatto che a volte uso la x e a volte uso la t e vi viene il mal di mare non vi preoccupate, sto sempre indicando la variabile indipendente da cui dipendono le funzioni, e la chiamo come mi pare e piace, senza che cambi nulla nei concetti che sto descrivendo .

Ad esempio, in unO SCONVOLGENTE impulso di orrido potevo scrivere

$$f(ANDREAMASSARO) = \int F(ANDREAMASSARO) dANDREAMASSARO]$$

Tornando al discorso della costante di integrazione, bisogna tener presente due cose

1. la derivata di una funzione costante è zero per cui, ad esempio,

$$f(x) = 1 \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = 1.987.456.126 \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = 147.859.568.563.789.458 \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = 789.999.458.568.526.234.569.878.458.563.256.453.458.458.125 \Rightarrow f'(x) = 0$$

2. la derivata della somma di due funzioni è pari alla somma delle derivate

$$D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

usando questi due concetti vi rendete conto che, ad esempio

$$D(\ln x + 1.256.238.562.456) = D \ln x + D1.256.238.562.456 = \frac{1}{x} + 0 = \frac{1}{x}$$

ma anche

$$\begin{aligned} D(\ln x + 456.235.568.956.478.856.896.458.789.859) &= \\ = D \ln x + D456.235.568.956.478.856.896.458.789.859 &= \frac{1}{x} + 0 = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

e così via, cioè

la funzione $1/x$

ha infinite

funzioni come primitive.

Quando utilizziamo l'operatore di integrale dobbiamo aggiungere quella costante generica per ricordarci che la primitiva di $1/x$ non è soltanto la funzione $\ln(x)$ ma anche

$\ln(x) + \text{un miliardo}$

$\ln(x) + \text{centoquarantasettemiliardidodicimilionidiciassettemilasettecentoventitre}$

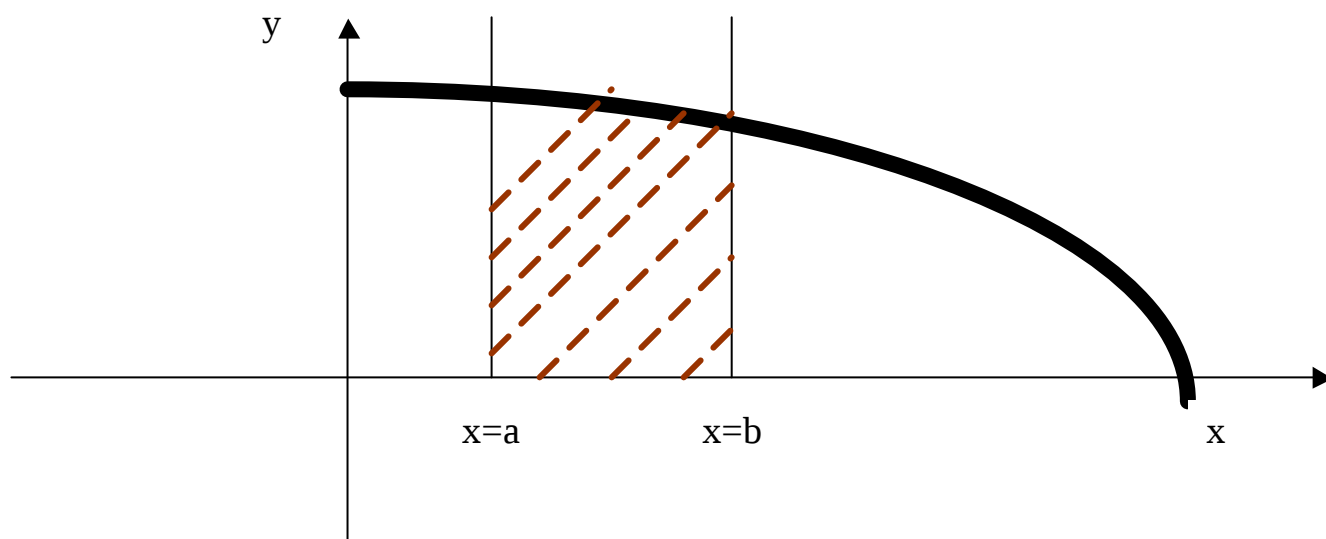
$\ln(x) + \text{ottantasettetriliardiduecentododicibilioniseicentotremiliardicentoventunomilion}$

$\ln(x) + \text{iottocentotrentamiladuecentouno}$

$\ln(x) + \text{tremiladuecentofantastiliardi ecc. ecc.}$

CHIARO????

Ora passiamo al concetto di integrale definito. Consideriamo una funzione generica $f(x)$ e supponiamo che quello in figura sia il suo diagramma



Consideriamo due valori a e b della variabile indipendente. Ora supponiamo di non avere niente di meglio da fare nella vita e di voler calcolare l'area racchiusa dal diagramma della funzione e dalle due linee verticali che passano per a e per b . Vi sembrerà incredibile, ma nel mondo ci sono stati, ci sono e ci saranno schiere di persone che, invece di correre appriesse 'e femmine, si sono posti il problema e hanno inventato un altro operatore detto integrale definito che si indica così

$$\int_a^b F(x)dx$$

tale operatore ci dà proprio l'area che cercavamo. Orbene, ultimissima cosa e poi non rompo più, data una primitiva $f(x)$ della funzione $F(x)$, si ha un teorema fondamentale che dice che

$$\int_a^b F(x) dx = f(b) - f(a)$$

cioè dovete prima trovare la primitiva mediante l'integrale indefinito, poi calcolare il valore della primitiva in b ed a (che per inciso sono detti estremi di integrazione), e infine fare la differenza.